



ข้อสอบแข่งขันคณิตศาสตร์เพชรยอดมงกุฏ มัธยมศึกษาตอนต้น ครั้งที่ 3 รอบชิงชนะเลิศ

1. เศษส่วนจำนวนหนึ่ง เมื่อนำ 1 ลบด้วยเศษ และนำ 2 บวกด้วยส่วน เศษส่วนที่ได้มีค่าน้อยกว่า 1 อยู่ $\frac{1}{3}$ แต่ถ้านำ 3 บวกด้วยเศษ และนำ 2 คูณด้วยส่วน เศษส่วนที่ได้มีค่าน้อยกว่า 1 อยู่ $\frac{2}{5}$ เศษส่วนจำนวนนั้นน้อยกว่า 1 อยู่เท่าไร
2. จำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/1 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง พบว่า 40 % ของจำนวนนักเรียนหญิง และ 50 % ของจำนวนนักเรียนชายที่ได้เกรด 4 ถ้ามีนักเรียน 12 คนในห้องนี้ที่ได้เกรด 4 และอัตราส่วนระหว่างจำนวนนักเรียนหญิงต่อจำนวนนักเรียนชายเท่ากับ 5 : 4 อยากทราบว่า มีนักเรียนในห้องนี้ทั้งหมดกี่คน
3. ถ้า $x - 2$ เป็น ห.ร.ม. ของ $x^3 - 4x^2 + px + q$ และ $x^3 + 3x^2 - 4px - 2q$ แล้ว $x - 1$ ทหาร $x^3 - 4x^2 + px + q$ จะเหลือเศษเท่าใด
4. จงหา จำนวนเต็มทั้งหมดที่สอดคล้องกับสมการ $(x^3 + 3)(x^2 + 2)(x + 1) = 104,040$
5. ถ้า a เป็นจำนวนเต็มที่มีค่าน้อยที่สุดที่สอดคล้องกับสมการ $(3x - 5)^2 - (3x - 5) < (3x + 1)^2$ และ b เป็นจำนวนเต็มที่มีค่ามากที่สุดที่สอดคล้องกับสมการ $\frac{3x - 5}{3} - \frac{x - 2}{4} < 3$ แล้ว $(a - b)^2$ มีค่าเท่าใด
6. กำหนดพื้นที่รูปวงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยมเท่ากับ 192π ตารางเซนติเมตร ถ้าความยาวรอบรูปสามเหลี่ยมเท่ากับ 200 เซนติเมตร รูปสามเหลี่ยมนี้มีพื้นที่กี่ตารางเซนติเมตร





7. ให้ a และ b เป็นจำนวนเต็ม กำหนด $a * b = a^{b-a}$

ถ้า $\frac{A * (3 * (4 * 5))}{(1 * 2) * 3} = 1$ แล้ว A มีค่าเท่าไร

8. มีจำนวนคู่ระหว่าง 1,000 และ 9,000 ที่จำนวน ที่มีเลขโดดในแต่ละหลักไม่ซ้ำกัน

9. ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องหนึ่ง จากการสำรวจคะแนนเฉลี่ยของนักเรียน 4 คน พบว่า

ค่าเฉลี่ยของคะแนนคนแรก และคนที่สองเท่ากับ $2a^2$ คะแนน

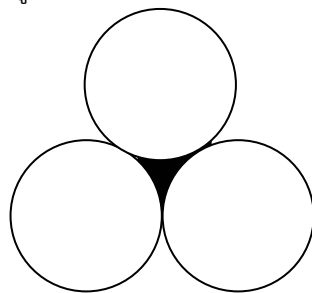
ค่าเฉลี่ยของคะแนนคนที่สอง และคนที่สามเท่ากับ $a^2 + 3b^2$ คะแนน

ค่าเฉลี่ยของคะแนนคนที่สาม และคนที่สี่เท่ากับ $2b^2$

ดังนั้น ค่าเฉลี่ยของคะแนนคนแรก และคนที่สี่เท่ากับกี่คะแนน เมื่อ a และ b เป็นจำนวนจริงใดๆ

10. ในถุงใบหนึ่งมีโป๊ปก 6 ลูก เขียนหมายเลข 1 ถึง 6 กำกับไว้ ลูกหมายเลข หลังตาหยิบโป๊ปกขึ้นมา 2 ลูก ความน่าจะเป็นที่ผลบวกของหมายเลขบนโป๊ปกเป็นจำนวนเฉพาะ และผลคูณเป็นจำนวนที่หารด้วย 3 ลงตัว เป็นเท่าใด

11. วงกลมทั้งสามวงมีรัศมี $\sqrt{2}$ หน่วยเท่ากัน และสัมผัสกันภายนอกตั้งรูป
จงหา พื้นที่ของส่วนที่แรเงา (ตอบในรูป π)



12. นาย ก นำน้ำส้มที่มีความเข้มข้น 48 % มาผสมกับน้ำส้มชนิดเดียวกัน แต่เข้มข้น 80 % เสร็จแล้วเติมน้ำเพิ่มเข้าไปอีก 2 ลิตร จะได้น้ำส้มที่มีความเข้มข้น 40 % จำนวน 10 ลิตร
อยากรทราบว่า เขาเทน้ำส้มที่มีความเข้มข้น 48 % ผสมลงไปกี่มิลลิลิตร



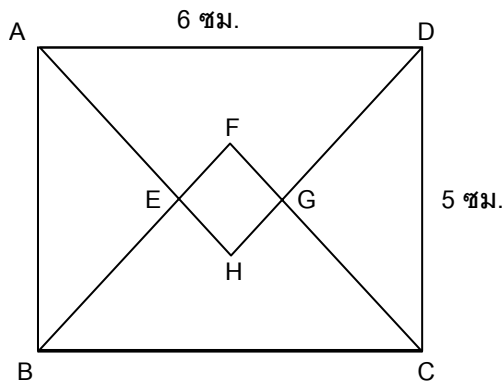


13. กำหนดให้ $x : y : z = 2 : 3 : 1$ และ $x + 2y + 3z = 22$
 แล้ว $3x + 5y - 4z$ มีค่าเท่าใด

14. ข้อมูลชุดหนึ่งประกอบด้วยจำนวนเต็มบวก 5 จำนวน ซึ่งมีพิสัยเท่ากับ 4 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 13.8
 ค่าเฉลี่ยของ 3 จำนวนที่มีค่ามากที่สุด มีฐาน และฐานนิยมของข้อมูลชุดนี้มีค่าเท่ากันคือ 15
 ค่าเฉลี่ยของสองจำนวนที่น้อยกว่ามีค่าเท่าไร

15. นักเรียนมารายงานตัวสอบซ่อม 50 คน โดยชั่วโมงแรกเข้าสอบภาษาอังกฤษ 35 คน ชั่วโมงที่ 2 สอบ
 คณิตศาสตร์ 25 คน และชั่วโมงที่ 3 เข้าสอบภาษาไทย 10 คน มีนักเรียนที่สอบซ่อม 3 วิชา อยู่ 1 คน
 จงหาว่า มีนักเรียนที่สอบซ่อม 2 วิชา กี่คน

16. จากรูป $ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า \overline{AH} , \overline{BF} , \overline{CF} และ \overline{DH} เป็นเส้นแบ่งครึ่ง
 \widehat{DAB} , \widehat{ABC} , \widehat{BCD} และ \widehat{CDA} ตามลำดับ
 ถ้า $AD = 6$ เซนติเมตร และ $CD = 5$ เซนติเมตร พื้นที่รูปสี่เหลี่ยม $EFGH$ เท่ากับกี่ตารางเซนติเมตร

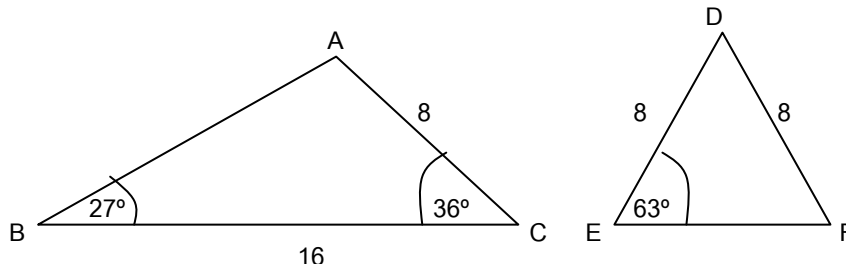


17. กำหนด a, b เป็นคำตอบของสมการ $x = \sqrt{x - \frac{1}{x}} + \sqrt{1 - \frac{1}{x}}$
 แล้ว $a^{13} + b^{13}$ มีค่าเท่าไร





18. จากรูปสามเหลี่ยม DEF มีพื้นที่ 25.6 ตารางหน่วย แล้ว รูปสามเหลี่ยม ABC มีพื้นที่กี่ตารางหน่วย



19. จงหาค่าของ $1 \cdot 2 - 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 - 4 \cdot 5 + 5 \cdot 6 - 6 \cdot 7 + \dots + 2005 \cdot 2006$

20. กำหนด $x = 1 + \sqrt{3}$

จงหาค่าของ $x^6 - 2x^5 + x^4 - 6x^3 + x^2 - 14x + 3$

วันที่แปด เดือนกุมภาพันธ์ ร.ศ. ๙๐๙๙๙๙๙

