



**การแข่งขันความสามารถทางคณิตศาสตร์ชิงถ้วยพระราชทาน
สมเด็จพระเทพรัตนราชสุดาฯ สยามบรมราชกุมารี
ครั้งที่ 7 ประจำปีการศึกษา 2552
ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น**

วันอาทิตย์ที่ 20 ธันวาคม 2552

เวลา 9.00-12.00 น.

โรงเรียนสิรินธรราชวิทยาลัย ในพระราชูปถัมภ์

อำเภอเมืองนครปฐม จังหวัดนครปฐม

ตอนต้นนี้ ข้อสอบแบบเลือกคำตอบ จำนวน 12 ข้อ ข้อละ 3 คะแนน

1. ในการสอบแข่งขันเรียนต่อครั้งหนึ่งพบว่า คะแนนเฉลี่ยของผู้ที่สอบผ่านเท่ากับ 65 คะแนน ในขณะที่
คะแนนเฉลี่ยของผู้สอบไม่ผ่านเท่ากับ 35 คะแนน

ถ้าคะแนนเฉลี่ยของผู้เข้าสอบทุกคนเท่ากับ 53 คะแนน ข้อใดเป็นเปอร์เซ็นต์ของผู้สอบผ่าน

ก. 45%

ข. 50%

ค. 55%

ง. 60%

2. เดชชาติว่ายน้ำในแม่น้ำด้วยความเร็วคงที่ จากท่าน้ำหลังบ้านทวนน้ำขึ้นไป และเมื่อว่ายน้ำได้ระยะทาง
400 เมตร เขามพบกับเรือซึ่งจอดอยู่บนที่เขื่อน ลอยตามน้ำมา หลังจากนั้นก็ว่ายน้ำทวนน้ำขึ้นไปต่ออีก 10 นาที
ก็ว่ายน้ำวกกลับมาถึงท่าน้ำหลังบ้านพร้อมกับเรือพอดี ข้อใดเป็นความเร็วคงที่ของกระแสน้ำในแม่น้ำ
(หน่วยเป็นเมตรต่อนาที)

ก. 20

ข. 22

ค. 24

ง. 26





3. สร้างเลขสามหลักจากเลขโดด 1, 2, 3, 4 โดยที่ไม่มีสองหลักใดๆ ซ้ำกัน

ถ้า 5 เป็นผลบวกของเลขสามหลักที่สร้างขึ้นได้ทั้งหมด ข้อใดคือ 5

ก. 5500

ข. 6660

ค. 7770

ง. 8880

4. เบญจมาศไปร้านดอกไม้แห่งหนึ่งเพื่อซื้อดอกไม้ x ดอก ในราคา y บาท ซึ่งเป็นราคาเต็มหน่วยบาทพอดี แต่เมื่อเบญจมาศจะจ่ายเงิน คนขายได้พูดขึ้นว่า “ถ้าคุณซื้อดอกไม้เพิ่มวันอีก 12 ดอก จะคิดราคารวมทั้งหมด 3 บาท ซึ่งจะทำให้คุณซื้อดอกไม้ได้รวม 50 ดอกต่อวัน” แล้ว $x - y$ เท่ากับเท่าใด

ก. 6

ข. 8

ค. 10

ง. 12

5. ให้ x และ y เป็นจำนวนจริงที่สอดคล้องของสมการ $yx^2 < xy^2$ ข้อใดถูก

ก. ถ้า $x > 0$ แล้ว $2xy > y(y + x)$

ข. ถ้า $x > 0$ แล้ว $y(x + 1) < y(y + 1)$

ค. ถ้า $x < 0$ แล้ว $2xy < y(y + x)$

ง. ถ้า $x < 0$ แล้ว $y(x + 1) < y(y + 1)$





6. สำหรับแต่ละจำนวนเต็มบวก n กำหนดให้ $a_n = \frac{n}{n(n+1)}$

$$\begin{aligned} & \text{ข้อใดเท่ากับผลบวกต่อไปนี้} \quad a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{80} \\ & \quad + 2a_1 + 2a_2 + 2a_3 + \dots + 2a_{80} \\ & \quad + 3a_1 + 3a_2 + 3a_3 + \dots + 3a_{80} \\ & \quad \dots \\ & \quad + 80a_1 + 80a_2 + 80a_3 + \dots + 80a_{80} \end{aligned}$$

ก. 1580

ข. $\frac{3081}{2}$

ค. 3200

ง. $\frac{3241}{2}$

7. ให้ A, B, C และ D เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมสี่วงที่มีรัศมีเท่ากันเท่ากับ r หน่วย ดังรูป และ $\angle ADC = \theta$

ถ้า $\cos \theta = \frac{5}{13}$ ข้อใดเท่ากับพื้นที่ส่วนแรเงา

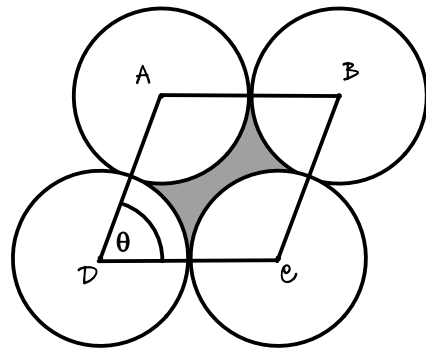
(กำหนด $\pi = \frac{22}{7}$)

ก. $\frac{37}{91} r^2$

ข. $\frac{50}{91} r^2$

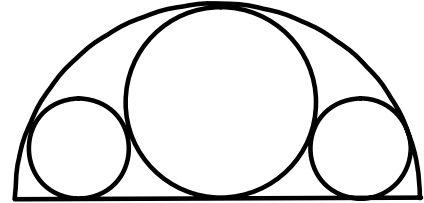
ค. $\frac{88}{91} r^2$

ง. $\frac{146}{91} r^2$





8. เครื่องวงกลมบรรจวงกลมใหญ่หนึ่งวง และวงกลมเล็กที่มีขนาดเท่ากันสองวง วงกลมทั้งสามสัมผัสกันภายนอก และสัมผัสภายในกับเครื่องวงกลม ดังรูป



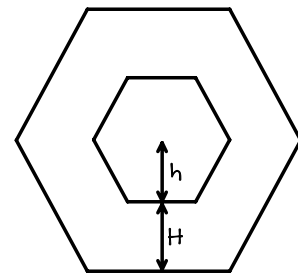
ถ้าทราบว่ามีพื้นที่ของวงกลมทั้งสามรวมกันเท่ากับ 150 ตารางหน่วย ข้อใดเป็นพื้นที่ภายในเครื่องวงกลมที่อยู่ภายนอกวงกลมทั้งสาม

- ก. 50
- ข. 55
- ค. 60
- ง. 65

9. กำหนดให้ $A = 9^{18}$, $B = 5^{24}$, $C = 2^{54}$ และ $D = 121^9$ ข้อใดถูก

- ก. $A < C < B < D$
- ข. $A + D < B + C$
- ค. $A^2 < BC$
- ง. $AC < BD$

10. จากรูป หกเหลี่ยมทั้งสองเป็นรูปหกเหลี่ยมด้านเท่า สุ่มเท่า ข้อใดเป็นอัตราส่วนของพื้นที่รูปหกเหลี่ยมรูปเล็กต่อพื้นที่รูปหกเหลี่ยมรูปใหญ่



- ก. $\frac{h^2}{H^2}$
- ข. $\frac{\sqrt{3}h^2}{4H^2}$
- ค. $\frac{\sqrt{3}h^2}{4(H+h)^2}$
- ง. $\frac{h^2}{(H+h)^2}$





11. จากรูป A, B, C และ D เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมสี่วง โดยที่รัศมีของวงกลม A เท่ากับรัศมีของวงกลม C และรัศมีของวงกลม B เท่ากับรัศมีของวงกลม D

ถ้า $\square ABCD$ เป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัส

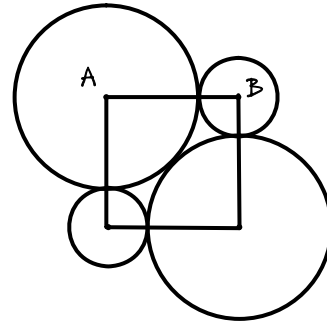
ข้อใดคืออัตราส่วนรัศมีของวงกลม A ต่อรัศมีของวงกลม B

ก. $\frac{1}{\sqrt{2} - 1}$

ข. $\frac{1}{2 - \sqrt{2}}$

ค. $2 - \frac{1}{\sqrt{2}}$

ง. $1 + \frac{1}{\sqrt{2}}$



12. ในการสอบวิชาหนึ่งข้อสอบเป็นแบบปรนัยจำนวน 10 ข้อ โดยแต่ละข้อมี 4 ตัวเลือก และมีตัวเลือกที่ถูกต้องเพียงตัวเดียว ผู้ที่ตอบถูกในข้อใดจะได้ 4 คะแนน สำหรับข้อนั้น แต่ถ้าตอบผิดจะถูกลบ 1 คะแนน ส่วนผู้ที่ไม่ตอบในข้อใดจะได้ 0 คะแนนสำหรับข้อนั้น

ข้อใดเป็นจำนวนของจำนวนระหว่าง -10 ถึง 40 ที่สามารถเป็นคะแนนสอบที่เป็ไปได้ของนักเรียนคนหนึ่ง ที่เข้าสอบวิชานี้

ก. 40

ข. 43

ค. 45

ง. 51





ตอนที่ ๓ ข้อสอบแบบเติมคำตอบ (จำนวน 16 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน)

1. ลีเหลี่ยมจัตุรัสรูปที่หนึ่งแบ่งเป็นวงกลม C และวงกลม C' แบ่งในลีเหลี่ยมจัตุรัสรูปที่สอง แล้ว อัตราส่วนอย่างต่ำของ (พื้นที่ลีเหลี่ยมจัตุรัสรูปที่หนึ่ง) : (พื้นที่วงกลม C) : (พื้นที่ลีเหลี่ยมจัตุรัสรูปที่สอง) เท่ากับเท่าใด

2. ถ้า n เป็นจำนวนเต็มบวก ซึ่งเมื่อเขียนในรูปแสดงค่าประจำตำแหน่งแล้ว เป็นเลขลีหลักที่มีลีหลักหน่วย กับลีหลักสิบเหมือนกัน และลีหลักร้อยกับลีหลักพันเหมือนกัน นอกจากนั้น n ยังเป็นกำลังสองสมบูรณ์ (นั่นคือ มีจำนวนเต็มบวก m ซึ่ง $n = m \times m$) แล้ว n ที่เป็นไปได้ทั้งหมดได้แก่จำนวนใดบ้าง

3. ลีสำหรับแต่ละจำนวนเต็มบวก k กำหนดให้ $k! = k \cdot (k - 1) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

จำนวนเต็มบวก n ต่ำมากที่สุด ที่ทำให้ 10^n เป็นตัวหารของ $\left(\frac{2009!}{998!} + \frac{2009!}{999!} \right)$ เท่ากับเท่าใด





4. ถ้าจำนวนเต็มบวก N เป็นจำนวนสามหลัก เมื่อคูณ N ด้วย 3 แล้วบวกด้วย 1 จะได้จำนวน ซึ่งเกิดจากการสลับหลักหน่วยกับหลักร้อยของ N แล้ว จำนวน N ที่เป็นไปได้ทั้งหมด คือจำนวนใดบ้าง

5. ให้ x และ y เป็นจำนวนเต็มบวก ซึ่งสอดคล้องกับสมการ $3^x + 3^y = 6570$
แล้ว $x^2 + y^2$ เท่ากับเท่าใด

6. ให้ a, b, c เป็นจำนวนเต็มบวกที่สอดคล้องกับ
$$a\sqrt{2} + b\sqrt{3} + c\sqrt{6} = \sqrt{2009 + 918\sqrt{2} + 272\sqrt{3} + 72\sqrt{6}}$$
แล้ว $a + b + c$ เท่ากับเท่าใด





๗. ให้ A, B, C, D, E และ F เป็นจุดยอดที่เรียงกันของรูป n เหลี่ยมด้านเท่า มุมเท่ารูปหนึ่ง โดยที่ $n \geq 10$

ถ้าลากเส้นต่อด้าน AB และด้าน FE มาพบกันที่จุด G ซึ่งทำให้ $\angle BGE = 100^\circ$

แล้ว n เท่ากับเท่าใด

๘. ถ้าผู้ใหญ่ 4 คน และเด็ก 10 คน ช่วยกันเกี่ยวข้าวบนพื้นที่ 1 ไร่ เสร็จในเวลา 1 ชั่วโมง

และผู้ใหญ่ 6 คน และเด็ก 5 คน ทำงานเดียวกันเสร็จในเวลา 1.2 ชั่วโมง

แล้ว ผู้ใหญ่ 3 คน และเด็ก 3 คน ช่วยกันเกี่ยวข้าวบนพื้นที่ 4 ไร่ ใช้เวลากี่ชั่วโมง

๙. ให้ x และ y เป็นจำนวนเต็มบวก

$$\text{ถ้า } 1 < y - x < 18 - 2x \text{ และ } x^2 - y^2 - 12x + 180 = 0$$

แล้ว $x + y$ เท่ากับเท่าใด

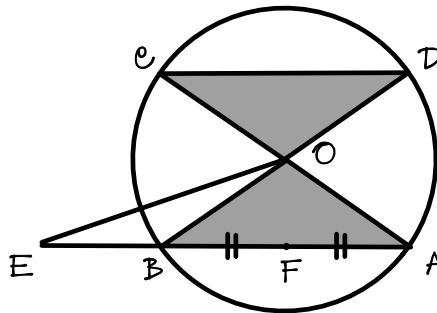




10. กำหนดให้ $A, B, C, D, E, 10, 20, 2$ และ 3 ใ้รูป แทนพื้นที่ของสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปย่อย ที่อักษร หรือจำนวนเหล่านี้ปรากฏอยู่ ถ้าสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปใหญ่มีพื้นที่ 63 ตารางเซนติเมตร และ A, B, C, D, E เป็นจำนวนเต็ม แล้ว (A, B, C, D, E) ที่เป็นไปได้ทั้งหมดได้แก่อะไรบ้าง

A	10	20
B	2	C
3	D	E

11. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม F เป็นจุดกึ่งกลาง \overline{AB} ถ้า OE และ AE เท่ากับ 15 หน่วย และ 18 หน่วย ตามลำดับ BE และ OF เป็นจำนวนเต็ม และพื้นที่ $\triangle BEO$ เท่ากับ 27 ตารางหน่วย แล้ว พื้นที่แฉงเท่ากับเท่าใด





12. เครื่องดื่มชนิดหนึ่งประกอบไปด้วยของเหลวสามชนิด ในกระบวนการผลิตเครื่องดื่มชนิดนี้ ของเหลวทั้งสามชนิดจะถูกส่งมาตามท่อลำเลียง A, B และ C ก่อนที่จะปล่อยลงสู่ถังผสมเครื่องดื่ม เวลาที่ใช้ในการปล่อยของเหลวสองชนิดพร้อมกันจนเต็มถัง เป็นดังตาราง

ของเหลวจากท่อ	เวลาที่ใช้งานของเหลวเต็มถัง
A และ B	12 นาที
B และ C	20 นาที
A และ C	15 นาที

สูตรในการผสมเครื่องดื่มชนิดนี้ 1 ลิตร ได้จากการปล่อยของเหลวจากท่อ A, B และ C เป็นเวลา 4 นาที 3 นาที และ 2 นาที ตามลำดับ และราคาต้นทุนสำหรับของเหลวแต่ละชนิดต่อลิตรเป็นดังนี้ ของเหลวจากท่อ A ราคา 300 บาท ของเหลวจากท่อ B ราคา 600 บาท และของเหลวจากท่อ C ราคา 900 บาท

ถ้าขายเครื่องดื่มชนิดนี้ในราคาลิตรละ 990 บาท จะได้กำไร หรือขาดทุนคิดเป็นกี่เปอร์เซ็นต์

13. ถ้า $6 < x - \sqrt{x} < 7$

แล้ว จำนวนจริง m ที่น้อยสุด ซึ่งทำให้ $x^2 + x - 36 - 2x\sqrt{x} < m$ เท่ากับเท่าใด





14. จงเขียนนิพจน์ซึ่งเป็นรากที่สองของ $-1 + \sqrt{16x - 15 - 4x^2}$

15. เด็กชายชงต์เดินทางจากโรงเรียนกลับบ้าน โดยที่ชงต์จะต้องแวะบ้านคุณย่า และบ้านคุณยาย ระหว่างทางกลับบ้าน ชงต์จะต้องผ่านร้านขายเสื้อผ้า ร้านขายของเล่น และร้านอาหาร ถ้าเราทราบข้อมูลเพิ่มเติมดังนี้

(i) ร้านขายของเล่นอยู่ระหว่างบ้านคุณย่า และบ้านคุณยาย

(ii) ร้านขายเสื้อผ้าไม่อยู่ระหว่างบ้านคุณย่า และบ้านคุณยาย

(iii) ร้านขายเสื้อผ้า และร้านอาหารอยู่ติดกับบ้านคุณยาย

แล้ว ชงต์จะผ่านสถานที่ใดเป็นแห่งที่สี่ ถ้าขับโรงเรียนเป็นแห่งแรก

16. รถสิบล้อต้องการไปพักผ่อนยังเมืองชายทะเลประเทศ X ซึ่งสิ้นคร ๒ เป็นเมืองหลวง จึงซื้อตั๋วเครื่องบิน ซึ่งระบุเวลาออกเดินทางจากกรุงเทพ 9.00 น. และจะถึงนคร ๒ เวลา 17.00 น. ในวันเดียวกัน ส่วนตั๋วขากลับระบุว่า ออกเดินทางจากนคร ๒ เวลา 16.30 น. และถึงกรุงเทพ เวลา 11.30 น.

ถ้าเวลาต่างๆ ที่ระบุไว้เป็นเวลาท้องถิ่น และการเดินทางเขาไปใช้เวลามากกว่าขากลับ 1 ชั่วโมง

ถ้าหาฬิกาในนคร ๒ แสดงเวลา 23.00 น. แล้ว นาฬิกาในกรุงเทพ จะแสดงเวลาเท่าใด

วันที่สิบหก เดือนสิบสอง พอสองหน้าห้าสาม

