



ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เพื่อคัดเลือกผู้แทนประเทศไทยไปแข่งขัน

The Eighth International Junior Science Olympiad
สอบวันอาทิตย์ที่ 23 มกราคม พ.ศ. 2554 เวลา 8.30 - 10.00 น.

ข้อสอบมีจำนวน 25 ข้อ คะแนนเต็ม 50 คะแนน

คำชี้แจง โปรดทำการระบายคำตอบข้อที่ถูกต้องที่รัดลงในกระดาษคำตอบ

ข้อสอบมี 4 หน้า จำนวน 25 ข้อ คะแนนเต็ม 50 คะแนน

1. ถ้า $2a + b + c : a + 2b + c : a + b + 2c = 13 : 15 : 16$

แล้ว $a + b : b + c$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $1 : 2$

ข. $1 : 3$

ค. $2 : 3$

ง. $3 : 4$

2. ให้ $a = \sqrt{2553} - \sqrt{2010}$, $b = \sqrt{2554} - \sqrt{2011}$, $c = \sqrt[3]{2554} - \sqrt[3]{2011}$

ข้อใดต่อไปนี้ถูก

ก. $a < b < c$

ข. $c < b < a$

ค. $c < a < b$

ง. $b < a < c$





3. $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\sqrt{\frac{2}{3}}$

ข. $\sqrt{\frac{3}{2}}$

ค. $\sqrt{\frac{5}{6}}$

ง. $\sqrt{\frac{6}{5}}$

4. เลขโดดในทศนิยมตำแหน่งที่ 2011 ของ $0.90\bar{5} + 0.80\bar{3}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 2

ข. 3

ค. 8

ง. 9

5. ถ้า a และ b เป็นจำนวนเต็มใดๆ ซึ่ง $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{2554}$

แล้ว $\frac{a - 2554}{b - 2554}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้เสมอ

ก. $\frac{a}{b}$

ข. $\frac{b}{a}$

ค. $\left(\frac{a}{b}\right)^2$

ง. $\left(\frac{b}{a}\right)^2$





6. ถ้า a และ b เป็นค่าคงตัวที่ทำให้กราฟ $y = x^2 + (a - 1)x + b$ สัมผัสกับแกน X

และจุดตัดแกน X ของกราฟ $y = x^2 + (a + 1)x + b$ ห่างกันเป็นระยะ 3 หน่วย

แล้ว จุดตัดแกน X ของกราฟ $y = x^2 + ax + b$ จะห่างกันเป็นระยะกี่หน่วย

- | | |
|-------------------------|-------------------------|
| ก. $\sqrt{7}$ | ข. $\sqrt{\frac{7}{2}}$ |
| ค. $\sqrt{\frac{7}{3}}$ | ง. $\frac{\sqrt{7}}{2}$ |

7. จำนวนจริงบวกที่มีค่ามากกว่าส่วนกลับของตัวเองมีอยู่ 1 พอดี จะมีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | |
|-----------------------------|-----------------------------|
| ก. $\frac{\sqrt{3} - 1}{2}$ | ข. $\frac{\sqrt{3} + 1}{2}$ |
| ค. $\frac{\sqrt{5} - 1}{2}$ | ง. $\frac{\sqrt{5} + 1}{2}$ |

8. ต.ช. ฉัญชวยเรือไปกลับระหว่างบ้าน และโรงเรียนทุกวัน เขาพบว่าเมื่อวันหนึ่งจะใช้เวลาในการเดินทาง
ไปกลับรวม 1 ชั่วโมงพอดี

ถ้าอัตราเร็วของกระแสน้ำในวันนั้น ทำให้เขาต้องเสียเวลาเดินทางไปกลับรวม 1 ชั่วโมง 20 นาที

แล้ว อัตราเร็วของกระแสน้ำในวันนั้นต่ออัตราเร็วของเรือในน้ำนิ่งจะมีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | |
|------------------|------------------|
| ก. $\frac{1}{2}$ | ข. $\frac{1}{3}$ |
| ค. $\frac{1}{4}$ | ง. $\frac{1}{5}$ |





9. ถ้า a และ b เป็นค่าคงตัวที่ทำให้ระบบสมการ

$$a(x + y) = 1 - x + y$$

$$a(2x + 3y) = b + 2y - x$$

มีผลเฉลยมากกว่า 1 ชุดแล้ว $(b - 2)^2$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\frac{1}{4}$

ข. $\frac{1}{2}$

ค. 1

ง. 2

10. ถ้า x เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้ว $x^4 + 2x^3 + 2x^2 + x + 2$ จะมีค่าต่ำสุดเท่ากับเท่าใด

ก. $\frac{3}{2}$

ข. $\frac{7}{4}$

ค. $\frac{13}{8}$

ง. $\frac{29}{16}$

11. ให้ ABC เป็นหนึ่งในแปดของวงกลมรัศมี 4 หน่วย

และสร้างครึ่งวงกลมบนด้าน AB ดังรูป

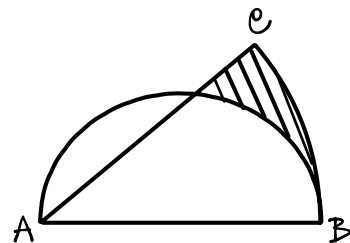
พื้นที่ของส่วนแรเงามีค่าเท่ากับกี่ตารางหน่วย

ก. $\frac{\pi - 1}{2}$

ข. $\pi - 2$

ค. $\frac{3\pi - 4}{2}$

ง. $2\pi - 5$





12. วงกลมรัศมี 1 หน่วย และ 2 หน่วย สัมผัสกันที่จุด A ดังรูป

คอร์ดของวงกลมใหญ่สัมผัสกับวงกลมเล็กที่จุด T

ถ้าส่วนโค้งน้อย AT มีความยาว $\frac{\pi}{4}$ หน่วย

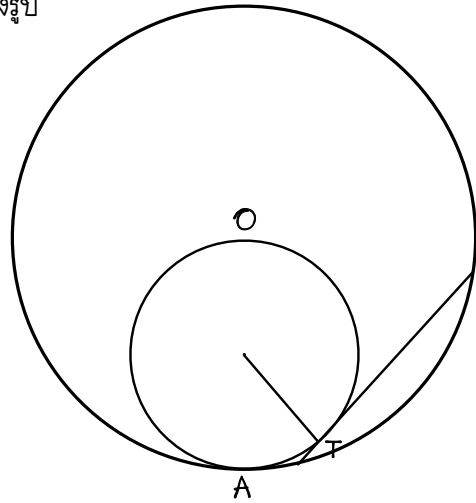
แล้ว คอร์ดเส้นนี้จะมีความยาวเท่ากับกี่หน่วย

ก. $\sqrt{10 - 4\sqrt{2}}$

ข. $\sqrt{10 - 3\sqrt{2}}$

ค. $\sqrt{10 - 2\sqrt{2}}$

ง. $\sqrt{10 - \sqrt{2}}$



13. วงกลมรัศมี 1 หน่วย สามวงสัมผัสซึ่งกัน และกัน

ถ้าวงกลมทั้งสามนี้แนบไปในรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ดังรูป

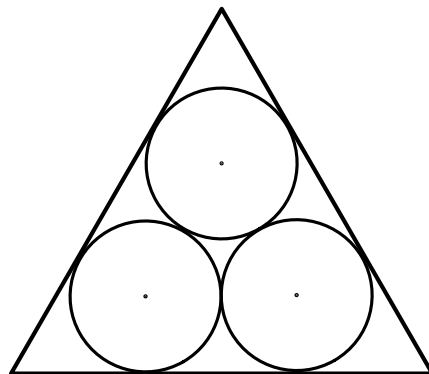
แล้ว รูปสามเหลี่ยมนี้มีพื้นที่เท่ากับกี่ตารางหน่วย

ก. $4 + 4\sqrt{3}$

ข. $6 + 4\sqrt{3}$

ค. $4 + 6\sqrt{3}$

ง. $6 + 6\sqrt{3}$





14. รูปสามเหลี่ยม ABC มี M เป็นจุดกึ่งกลางด้าน BC

ถ้า $3AM = 3(AB + AC) = 4BC$ แล้ว $\left(\frac{AB - AC}{AM}\right)^2$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- ก. $\frac{2}{9}$
- ข. $\frac{4}{9}$
- ค. $\frac{6}{9}$
- ง. $\frac{8}{9}$

- ก. $\frac{2}{9}$
- ข. $\frac{4}{9}$
- ค. $\frac{6}{9}$
- ง. $\frac{8}{9}$

15. รูปสี่เหลี่ยมคางหมูรูปหนึ่งมีด้านคู่ขนานด้านหนึ่งยาว 1 หน่วย และด้านอีกสองด้านที่ไม่ใช่ด้านคู่ขนานยาว 2 หน่วย และ 3 หน่วย

ถ้ารูปสี่เหลี่ยมคางหมูนี้มีความยาวของเส้นทแยงมุมเป็นจำนวนเต็มแล้ว รัศมีของวงกลมแนบในจะเท่ากับกี่หน่วย

- ก. $\frac{\sqrt{2}}{3}$
- ข. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$
- ค. $\sqrt{2}$
- ง. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

- ก. $\frac{\sqrt{2}}{3}$
- ข. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$
- ค. $\sqrt{2}$
- ง. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$





16. กรวยกลมตรงรูปหนึ่งมีพื้นที่ผิวข้างเป็นสองเท่าของพื้นที่ฐาน

ถ้ากรวยนี้แนบในทรงกลมแล้ว อัตราส่วนระหว่างปริมาตรกรวยต่อปริมาตรทรงกลมมีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\frac{9}{16}$

ข. $\frac{9}{16\sqrt{2}}$

ค. $\frac{9}{32}$

ง. $\frac{9}{32\sqrt{2}}$

17. แก้วเปล่าทรงกรวยกลมตรงใบหนึ่งมีจุลยอดกรวยเป็นกัมแก้ว เมื่อเติมน้ำลงไปอีก 64 cc

ระดับน้ำจะสูงจากกัมแก้ว 1 นิ้ว ถ้าเติมน้ำลงไปอีก 61 cc ระดับน้ำจะสูงขึ้นไปอีกกี่นิ้ว

ก. $\frac{1}{4}$

ข. $\frac{3}{8}$

ค. $\frac{13}{16}$

ง. $\frac{61}{64}$

18. มีระฆังสามเหลี่ยมมุมฉากหนึ่งมีฐาน และพิวข้างเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่มีด้านยาว 1 หน่วย

มีระฆังนี้หุ้มปริมาตรเท่ากับลูกบาศก์หน่วย

ก. $\frac{\sqrt{2}}{6}$

ข. $\frac{\sqrt{3}}{6}$

ค. $\frac{\sqrt{2}}{12}$

ง. $\frac{\sqrt{3}}{12}$





19. กล้องสี่เหลี่ยมมุมฉากใบหนึ่งสูง 1 หน่วย กว้าง 2 หน่วย และยาว 3 หน่วย

ให้ A และ B เป็นจุดมุมที่ไม่ได้อยู่บนหน้าเดียวกันของกล่องใบนี้ มดตัวหนึ่งต้องการเดินทางตามผิวหน้า
ของกล่องจากจุด A ไปยังจุด B ระยะทางที่สั้นที่สุดที่เดินไปได้ในการเดินนี้จะมีค่าเท่ากับกี่หน่วย

ก. $\sqrt{14}$

ข. $\sqrt{18}$

ค. $\sqrt{20}$

ง. $\sqrt{26}$

20. ทรงกลมลูกหนึ่งมีรัศมี 1 หน่วย และแนบในกล่องลูกบาศก์ใบหนึ่ง

ถ้าทำทรงกลมเล็กแทรกลงในช่องว่างระหว่างทรงกลมลูกแรกกับกล่องสี่เหลี่ยมมุมฉาก
แล้ว รัศมีที่ใหญ่มากที่สุดที่เดินไปได้ของทรงกลมเล็กจะมีค่าเท่ากับกี่หน่วย

ก. $\sqrt{2} - 1$

ข. $\sqrt{3} - 1$

ค. $2 - \sqrt{2}$

ง. $2 - \sqrt{3}$

21. วางทรงกลมรัศมี 9 หน่วยไว้กลางแดด

ถ้าดวงอาทิตย์มีมุมเงยเท่ากับ 60° แล้ว เงาของทรงกลมจะทอดยาวกี่หน่วย

ก. $6\sqrt{3}$

ข. $7\sqrt{3}$

ค. $8\sqrt{3}$

ง. $9\sqrt{3}$





22. ถ้า $a = \sec 1^\circ - \tan 1^\circ$ และ $b = \sec 2^\circ - \tan 2^\circ$

แล้ว ข้อใดต่อไปนี้มีค่ามากที่สุด

ก. \sqrt{a}

ข. \sqrt{b}

ค. a

ง. b

23. ถ้า ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมแหลมใดๆ ซึ่งมี

$$\sin A(\sin A + \sin B) = \cos B(\cos A + \cos B)$$

แล้ว $\sin A$ จะมีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้เสมอ

ก. $\cos A$

ข. $\sin B$

ค. $\cos B$

ง. $\tan B$





24. $\sqrt{1 + 2 \sin 1^\circ \cdot \cos 1^\circ} - \sqrt{1 - 2 \sin 1^\circ \cdot \cos 1^\circ}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $2 \sin 1^\circ$

ข. $2 \cos 1^\circ$

ค. $2 \tan 1^\circ$

ง. $2 \sin 1^\circ \cdot \cos 1^\circ$

25. ถ้า $0^\circ < A < 90^\circ$ และ $\sec^2 A + \cot^2 A = 8$

แล้ว $\sin A + \cos A$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\sqrt{\frac{7}{6}}$

ข. $\sqrt{\frac{8}{6}}$

ค. $\sqrt{\frac{9}{6}}$

ง. $\sqrt{\frac{10}{6}}$

วันที่สิบสี่ เดือนสอง พอสองหน้าห้าสิ

