



ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์

โครงการแข่งขันความสามารถทางคณิตศาสตร์

ซึ่งถ้วยพระราชทาน

สมเด็จพระเทพรัตนราชสุดาฯ สยามบรมราชกุมารี

ครั้งที่ 3

ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

ณ โรงเรียนสิรินธรราชวิทยาลัย ในพระราชูปถัมภ์

อำเภอเมืองนครปฐม จังหวัดนครปฐม

18 ธันวาคม 2548



ตอนที่ 1 ข้อสอบขงนิตปรนษ จันอน 40 ข้อ ข้อละ 3 คะแนน

1. กำหนดให้ $a_1 = 1$ และ $a_n = \frac{n^3 - 1}{n^3 + 1}$ เมื่อ $n \geq 2$

นิยาม $\prod_{i=1}^k a_i = a_1 \times a_2 \times a_3 \times \dots \times a_k$

$\lim_{k \rightarrow \infty} \prod_{n=1}^k a_n$ ตรงกับข้อใด

- ก. $\frac{1}{3}$
- ค. $\frac{2}{3}$

- ข. $\frac{1}{2}$
- ง. $\frac{3}{2}$

2. ข้อใดถูกต้อง

ก. ให้ $A = \{a, b\}$, $B = \{X | A \cup X = A\}$

ถ้า $n(P(B)) = 2$ และ $\{a\} \notin B$ แล้ว $P(B) = \{\emptyset, \{b\}\}$

ข. ถ้า $A \neq \emptyset$, $B \neq \emptyset$ และ $A \cap B = \emptyset$ แล้ว $A' - B' = B$

ค. ถ้า $P(A \cup B) = P(A) \cup P(B)$ แล้ว $A = B$

ง. A ไม่เป็นสับเซตแท้ของ B ก็ต่อเมื่อ $A \subset B$ หรือ $B \subset A$

3. สมการไฮเพอร์โบล่า $mx^2 - ny^2 = 16$ ฝ่าจรจุด $\left(\frac{\sqrt{61}}{3}, 3\right)$ และฝ่าจรจุดฝักัส

ของพาราโบล่า $y^2 - 8x - 4y + 4 = 0$ แล้ว สมการวงรีที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0, 0)$

มีแกนเอก และแกนโท คือแกนรั้งยุค และแกนตามขวางของไฮเพอร์โบล่าตามลำดับ มีสมการตรงกับข้อใด

ก. $9x^2 + 5y^2 = 16$

ข. $5x^2 + 9y^2 = 16$

ค. $5x^2 + 9y^2 = 1$

ง. $8x^2 + 5y^2 = 1$





4. ให้ p เป็นจำนวนเฉพาะบวก และ m, n เป็นจำนวนเต็ม

ถ้าพหุนาม $x + 3$ หารพหุนาม $x^3 + mx^2 + nx + p$ ลงตัว และพหุนาม $x - 1$

หารพหุนาม $x^3 + mx^2 + nx + p$ หารลงตัว 4 แล้ว mn มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. -4

ข. -2

ค. 0

ง. 2

5. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) ถ้า $r_1 = \{(x, y) \in R \times R / y = \frac{|x| - 1}{1 - x^2}\}$ แล้ว $(D_{r_1} \cup R_{r_1}) - D_{r_1} = R_{r_1}$

(2) ถ้า $r_2 = \{(x, y) \in R \times R / y = \sqrt{9 - 16x^2}\}$ แล้ว $D_{r_2} \cup R_{r_2} = R_{r_2}$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ข้อความ (1) ถูกข้อความเดียวเท่านั้น

ข. ข้อความ (2) ถูกข้อความเดียวเท่านั้น

ค. ถูกทั้งข้อ (1) และข้อ (2)

ง. ผิดทั้งข้อ (1) และข้อ (2)

6. นักเรียนห้องหนึ่งมี 47 คน ปรากฏว่า

มี 37 คน ที่นั่งรถแท็กซี่

มี 8 คน ชอบเล่นกีฬาฟุตบอล และตีกอล์ฟ

มี 10 คน ถนัดวาดรูปและเล่นดนตรี

มี 11 คน ถนัดวาดรูปและตีกอล์ฟ

มี 22 คน ถนัดกีฬา และไม่ชอบกีฬาที่รสอจประหลาด

มี 7 คน ถนัดขี่จักรยานและเล่นฟุตบอล

มี 4 คน ถนัดขี่จักรยานและตีกอล์ฟ

จงหาว่า มีนักเรียนที่ถนัดกีฬา และชอบกีฬาที่รสอจประหลาดมากกว่านักเรียนที่ถนัด

กีฬาที่ขี่จักรยานและไม่ชอบกีฬาที่รสอจประหลาดกี่คน

ก. 2 คน

ข. 3 คน

ค. 4 คน

ง. 5 คน





7. พิจารณาความสมเหตุ สมผลต่อไปนี้

- | | |
|-------------------------------|---------------------------------------|
| (1) เหตุ 1. คนบางคนเลิกไม่ได้ | (2) เหตุ 1. ไม่มีนักเขียนคนใดที่เกียจ |
| 2. กู้ยืมเงินไม่ได้ | 2. แฉงเป็ญจิตกร |
| ผล คนบางคนไม่ใช้กู้ยืม | 3. จิตกรทุกคนเป็ญคนจ้เกียจ |

สรุป การให้เหตุผลนี้สมเหตุ สมผล

ผล แฉงไม่เป็ญนักเขียน

สรุป การให้เหตุผลนี้ไม่สมเหตุ สมผล

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- | | |
|------------------------------------|------------------------------------|
| ก. ข้อความ (1) ถูก ข้อความ (2) ผิด | ข. ข้อความ (1) ผิด ข้อความ (2) ถูก |
| ค. ผิดทั้งข้อข้อความ | ง. ถูกทั้งข้อข้อความ |

8. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) การอ้างเหตุผลต่อไปนี้เป็นการอ้างเหตุผลที่สมเหตุ สมผล

- เหตุ 1. $p \wedge q \rightarrow s$
 2. $\sim r \rightarrow (t \rightarrow q)$
 3. $(p \wedge q) \vee \sim r$

ผล $s \vee (t \rightarrow p)$

(2) ถ้าเอกภาพสัมพัทธ์ U คือ $(-\infty, -1)$

แล้ว ประพจน์ $\forall x \left[\frac{3|x-2|}{2-x} < -x+1 \right]$ มีค่าความจริงเป็นจริง

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- | | |
|------------------------------------|------------------------------------|
| ก. ข้อความ (1) และ ข้อความ (2) ถูก | ข. ข้อความ (1)ถูก ข้อความ (2)ผิด |
| ค. ข้อความ (1) ผิด ข้อความ (2) ถูก | ง. ข้อความ (1) และ ข้อความ (2) ผิด |



9. ให้ n เป็นจำนวนเต็มบวก พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) $(\sqrt{2} + 1)^{2n} + (\sqrt{2} - 1)^{2n}$

(2) $(\sqrt{2} + 1)^{2n} - (\sqrt{2} - 1)^{2n}$

(3) $(\sqrt{2} + 1)^{2n+1} + (\sqrt{2} - 1)^{2n+1}$

(4) $(\sqrt{2} + 1)^{2n+1} - (\sqrt{2} - 1)^{2n+1}$

ข้อใดเป็นจำนวนเต็ม

ก. ข้อ (1) และ ข้อ (2)

ข. ข้อ (2) และ ข้อ (3)

ค. ข้อ (3) และ ข้อ (4)

ง. ข้อ (1) และ ข้อ (4)

10. คำตอบของสมการ $2^{2x+1} - 3^2 \cdot 2^{x-1} + 1 = 0$ ตรงกับคำตอบของสมการ

ในข้อใดต่อไปนี้

ก. $\sqrt{\frac{x}{1-x}} - 2\sqrt{\frac{1-x}{x}} = -1$

ข. $3^{2x-3} + 2 \cdot 3^{x-2} - 1 = 0$

ค. $\log_{\frac{1}{3}} \log_{\frac{1}{2}} \log_{\frac{1}{6}} \sqrt{\frac{1}{x^2 + x + 4}} = 0$

ง. $\log_4 \log_3 \log_2 (3x^2 - 4) = 0$

11. ถ้า $A + B + C = 180^\circ$

แล้ว $\cos 2A + \cos 2B + \cos 2C + 4 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$ มีค่าตรงกับข้อใด

ก. -1

ข. 0

ค. 1

ง. 4



12. กำหนดเงื่อนไขข้อจำกัด

$$x + 3y \geq 9$$

$$x + y \leq 12$$

$$y - x \leq 4$$

$$x \geq 0 \quad y \geq 0$$

และสมการจุดประสงค์ $P = 5x + 4y$

ข้อใด คือผลต่างของค่าสูงสุด และค่าต่ำสุดของ P

ก. 45

ข. 48

ค. 52

ง. 60

13. กำหนดให้ $r_1 = \{(x, y) \in R \times R / y = \frac{1}{x+3} + x\}$

$$r_2 = \{(x, y) \in R \times R / y = \frac{4}{\sqrt{x^2 - 4}}\}$$

ข้อใดต่อไปนี้เป็นคำตอบ

ก. $D_{r_1} - R_{r_1} = (-5, -3) \cup (-3, -1)$

ข. $D_{r_2} \cap R_{r_2} = (0, 2) \cup (2, \infty)$

ค. $D_{r_1} \cup R_{r_2} = R - \{-3\}$

ง. $D_{r_2} \cap R_{r_1} = (-\infty, -5] \cup [-1, \infty)$

14. ถ้า $1.36 < a < 1.64$ แล้ว $\sqrt{a + 2\sqrt{a-1}} + \sqrt{a - 2\sqrt{a-1}}$ มีค่าตรงกับข้อใด

ก. มีค่าเท่ากับ $2\sqrt{a-1}$

ข. มีค่ามากกว่า 1.2 แต่มีน้อยกว่า 1.6

ค. มีค่ามากกว่า 1.6 แต่มีน้อยกว่า 2.2

ง. มีค่ามากกว่า 2.2 แต่มีน้อยกว่า 3.1



15. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) ถ้า A และ B เป็นสองเหตุการณ์ใดๆ ในแซมเปิลสเปซ S , $A \cap B = \emptyset$

แล้ว $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

(2) ถ้า A และ B เป็นสองเหตุการณ์ใดๆ ในแซมเปิลสเปซ S , $A \subset B$

แล้ว $P(A) \leq P(B)$

(3) ถ้า A และ B เป็นสองเหตุการณ์ใดๆ ในแซมเปิลสเปซ S

แล้ว $P(A - B) = P(A) - P(B)$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ข้อ (1) ถูก ข้อ (2) ผิด และข้อ (3) ผิด ง. ข้อ (1) ถูก ข้อ (2) ถูก และข้อ (3) ผิด

ค. ข้อ (1) ถูก ข้อ (2) ผิด และข้อ (3) ถูก จ. ข้อ (1) ผิด ข้อ (2) ถูก และข้อ (3) ถูก

16. พิจารณาข้อความต่อไปนี้ กำหนดให้ $f : A \rightarrow B$ และ $g : B \rightarrow C$

(1) $D_{g \circ f} = D_f$

(2) ถ้า f และ g เป็นฟังก์ชัน 1-1 แล้ว $g \circ f$ เป็นฟังก์ชัน 1-1

(3) ถ้า f และ g เป็นฟังก์ชัน onto B และ C ตามลำดับ

แล้ว $g \circ f$ เป็นฟังก์ชัน onto C

ข้อใดถูกต้อง

ก. ถูกทุกข้อ

ง. ข้อ (1) และข้อ (3) ถูกเท่านั้น

ค. ข้อ (1) และข้อ (2) ถูกเท่านั้น

จ. ข้อ (2) ถูกเพียงข้อเดียวเท่านั้น





17. พิจารณาข้อความต่อไปนี้ ให้ m, n, k, d, M, N เป็นจำนวนเต็ม

และ p เป็นจำนวนเฉพาะ

(1) ถ้า $p|mn$ แล้ว $p|m$ และ $p|n$

(2) ถ้า $m|k$ และ $n|k$ โดยที่ $(m, n) = 1$ แล้ว $mn|k$

(3) $(m + kn, n) = (m, n)$

(4) ถ้า $(m, n) = d$ และ $m = Md, n = Nd$ แล้ว $(M, N) = 1$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ข้อ 1 ข้อ

ข. ข้อ 2 ข้อ

ค. ข้อ 3 ข้อ

ง. ข้อทุกข้อ

18. กำหนดให้ $4(2^{5x}) = 8^{x+4}$ และ $\log y - \log_5 2y = 0$

ค่าของ $|x + y|$ ตรงกับข้อใด

ก. 6.0

ข. 5.1

ค. 4.9

ง. 3.0

19. กำหนดให้ $f(x) = ax^3 + bx^2$ และ $g(x) = \frac{d}{dx} f(x)$

จงหาค่าคงที่ a, b ซึ่งทำให้กราฟ $f(x)$ ผ่านจุด $(-1, 1)$

และ $\frac{d}{dx} g(x) = 0$ เมื่อ $x = \frac{1}{3}$ คือข้อใด

ก. $a = -\frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}$

ข. $a = 0, b = 1$

ค. $a = \frac{1}{2}, b = \frac{3}{2}$

ง. $a = -1, b = 0$





22. พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติระหว่าง $z = -1.2$ ถึง $z = 0$ เท่ากับ 0.3849

คะแนนสอบของนักเรียนกลุ่มหนึ่งมีการแจกแจงปกติ โดยมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต และ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 50 คะแนน และ 10 คะแนน ตามลำดับ ถ้านายเก่งกาจ สอบได้ในตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 88.49 แล้ว นายเก่งกาจสอบได้คะแนนตรงกับข้อใด

- | | |
|-------------|-------------|
| ก. 58 คะแนน | ข. 60 คะแนน |
| ค. 62 คะแนน | ง. 65 คะแนน |

23. คะแนนสอบของนักเรียนกลุ่มหนึ่งมีการแจกแจงปกติ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 40 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10 คะแนน และจำนวนนักเรียนสอบได้คะแนน ที่มีค่ามาตรฐานอยู่ระหว่าง -1 และ 1 มีอยู่ 75 % ของนักเรียนทั้งหมด

ถ้านายการุณสอบได้ 50 คะแนน แล้ว ข้อใดต่อไปนี้เป็นตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ ของคะแนนของนายการุณ

- | | |
|-------|-------|
| ก. 65 | ข. 68 |
| ค. 75 | ง. 78 |

24. ถ้า z_1 และ z_2 เป็นจำนวนเชิงซ้อน จง

$$z_1 = \left(\cos \frac{\pi}{16} + i \sin \frac{\pi}{16} \right)^4 \quad \text{และ} \quad \bar{z}_2 = \frac{1}{2+i} - \frac{\sqrt{2}}{z_1}$$

แล้ว z_2 มีค่าตรงกับข้อใด

- | | |
|--------|---------|
| ก. 1 | ข. -1 |
| ค. i | ง. $-i$ |



25. กำหนดให้ $z = x + yi$ และ $\frac{1}{z} = \frac{1}{a+bc} + \frac{1}{a+ci}$ เมื่อ a, b, c, x

และ y เป็นจำนวนจริง แล้ว $x^2 + y^2$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\frac{(a^2 + b^2)(a^2 + c^2)}{4a^2 + (b + c)^2}$

ข. $\frac{(a^2 + b^2)(a^2 + c^2)}{4a^2 + (b^2 + c^2)}$

ค. $\frac{(a^2 - b^2)(a^2 - c^2)}{4a^2 - (b + c)^2}$

ง. $\frac{(a^2 - b^2)(a^2 - c^2)}{4a^2 - (b^2 + c^2)}$

26. กำหนดให้ z เป็นจำนวนเชิงซ้อน ซึ่ง $|z - i| = 2\sqrt{5}$ และ $z^2 = -7 + 24i$

แล้ว ผลบวกของส่วนจริง และส่วนจินตภาพของ $\frac{z}{1-i}$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. -4

ข. $-3\sqrt{11}$

ค. 4

ง. 3

27. กำหนด $z^5 = 1$ และ $z \neq 1$

จงหาค่าของ $z^4 \cdot z^2$

ก. $\cos \frac{2\pi}{5} - \cos \frac{\pi}{5}$

ข. $\cos \frac{2\pi}{5} + \cos \frac{\pi}{5}$

ค. $\left(\sin \frac{2\pi}{5} - \sin \frac{\pi}{5} \right) i$

ง. $\cos \frac{2\pi}{5} - i \sin \frac{2\pi}{5}$





28. ข้อใดต่อไปนี้ถูกตัดออก

ก. ถ้า $x \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right]$ แล้ว $\left|\frac{x+2}{x-2}\right| \leq 7$

ข. เซตคำตอบของอสมการ $|x(x+1)| \leq |x+4|$ คือ $(-2, 2]$

ค. เซตคำตอบของอสมการ $\frac{1}{\sqrt{x+2}} < \sqrt{\frac{2x+1}{2}}$ คือ $\left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$

ง. ให้ $A = \{x \in R / \sqrt{x+5} - \sqrt{x} \leq 2\}$ และ $B = \{x \in R / |x-2| < 3\}$

แล้ว $A - B = (7, \infty)$

29. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) ให้ $S = \left\{\frac{n}{n+1} / n \in N\right\}$ เมื่อ N เป็นจำนวนนับ

ขอบเขตบนค่าน้อยสุดของ S คือ 1

(2) ให้ $A = \left\{\frac{2n+1}{n} / n \in N\right\}$ เมื่อ N เป็นจำนวนนับ

ขอบเขตล่างค่ามากที่สุดของ A คือ 1

ข้อใดถูกตัดออก

ก. ข้อ (1) ถูก ข้อ (2) ผิด

ข. ข้อ (1) ผิด ข้อ (2) ถูก

ค. ถูกทั้งข้อ (1) และข้อ (2)

ง. ผิดทั้งข้อ (1) และข้อ (2)

30. นำสามมีภรรยาจำนวน 4 คู่ มาสอนเต้นรำ ถ้าหาต้องการจับคู่ชายหญิงในการเต้นรำโดยการสุ่ม และไม่ได้สนใจว่าได้คู่สามมีภรรยาตรงตามคู่ตนเองหรือไม่

ความน่าจะเป็นที่คู่สามมีภรรยาอย่างอื่นสองคู่เป็นคู่ที่ถูกต้องมีค่าเท่ากับเท่าใด

ก. $\frac{6}{24}$

ข. $\frac{7}{24}$

ค. $\frac{8}{24}$

ง. $\frac{9}{24}$





31. ในระมู๋บ้านชาวเขาแฉะจันเจียง ประอบลัษษณ 3 เฝ่า คือเฝ่าล่ำ เฝ่าแฉะ เฝ่าขาว
 ทัั้ง 3 เฝ่ามีขีลวพรธนเจี๊ญแยกกันไม้ออก แต่ต่างกันตรงที่ว่า จมเฝ่าล่ำมักมุดแต่ความจริง จมเฝ่าขาว
 มุดจริงบ้างแต่จบังลัษษณกันไป ส่วนจมเฝ่าแฉะมุดแต่ความเท็จ เจ้าหน้าทั้ผู้จันเจียงต้องการทราบว่ำ
 ัจ้องสิ้มซึ่งเป็ญคนใ้จระมู๋บ้านนี้เป็ญจระมู๋แฉะจันเจียง จันเจียงได้เรียกนายล่ำ นายแฉะ นายขาว ัจังเป็ญ
 ทั้วแทนจระมู๋แต่ละเฝ่าไปสอจบังคำ เจ้าหน้าทั้ผู้จันเจียงได้ตั้งคำถาม 2 ัจ้อ สำรับคนทั้สามลัษษณ

(1) ผู้ตอบใ้จ้อตามเฝ่าจระมู๋ใ้หรือไม

(2) ัจ้องสิ้มเป็ญเพวกจระมู๋แฉะจันเจียง

นายล่ำ ตอบว่ำ "ผมไมใช่คนเฝ่าล่ำครับ ัจ้องสิ้มเป็ญเพวกเฝ่าแฉะจันเจียง"

นายแฉะ ตอบว่ำ "ผมไมใช่คนเฝ่าแฉะจันเจียง ัจ้องสิ้มเป็ญเพวกเฝ่าขาวครับ"

นายขาว ตอบว่ำ "ผมไมใช่คนเฝ่าขาวครับ ัจ้องสิ้มเป็ญเพวกเฝ่าล่ำครับ"

ัจ้อใ้เลือกั้

ก. นายล่ำเป็ญคนเฝ่าแฉะ

จ. นายแฉะเป็ญคนเฝ่าขาว

ค. นายขาวเป็ญคนเฝ่าล่ำ

ฉ. ัจ้องสิ้มเป็ญคนเฝ่าล่ำ

32. ใ้ S เป็ญเซตจระมู๋ค่าความจริงจระมู๋ประอบจันเจียง และ $f : S \rightarrow \{0, 1\}$

$$\text{กำหนดใ้ } f(p) = \begin{cases} 0 & ; p \text{ มีค่าความจริงเป็นเท็จ} \\ 1 & ; p \text{ มีค่าความจริงเป็นจริง} \end{cases}$$

พิจารณาัจ้อความล่อไปนี้ สำรับประอบจันเจียง p, q ใ้

(1) $f(p \vee q) = |f(p) - f(q)| + f(p)f(q)$

(2) $f(p \wedge q) = f(p)f(q)$

ัจ้อใ้ล่อไปนี้เลือกั้

ก. ัจ้อ (1) เลือกั้ ัจ้อ (2) เลือกั้

จ. ัจ้อ (1) เลือกั้ ัจ้อ (2) ฝิเล

ค. ัจ้อ (1) ฝิเล ัจ้อ (2) เลือกั้

ฉ. ัจ้อ (1) ฝิเล ัจ้อ (2) ฝิเล





33. จงหา $\frac{d}{dx}f(x)$ เมื่อ $\frac{d}{dx}f(3x) = 6x$

ก. $2x$

ข. $\frac{x}{2}$

ค. $\frac{x}{3}$

ง. $\frac{2x}{3}$

34. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & a & 1 \\ 1 & -1 & a \end{bmatrix}$, $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$

แล้ว ค่าของ a ที่จะทำให้ระบบสมการ $AX = B$ ราคำตอบได้เพียงชุดเดียว คือข้อใด

ก. $R - \{1\}$

ข. $R - \{1, 2\}$

ค. $R - \{3\}$

ง. $R - \{-1, 3\}$

35. กำหนดให้ A, B และ C เป็นเมตริกซ์ขนาด 2×2

นิยาม $A * B = \frac{1}{2}(AB + BA)$ ข้อใดต่อไปนี้ ไม่จริง

ก. $A * A = A^2$

ข. $A * B = B * A$

ค. $(A * B) * C = A * (B * C)$

ง. $A * (B + C) = A * B + A * C$

36. ถ้า $f(x) = \frac{x^4}{4} - x$ และ a เป็นจำนวนจริงที่ทำให้ $\int_{-a}^{a^2} f''(x)dx = -\frac{1}{4}$

แล้ว $f'(a)$ เท่ากับข้อใด

ก. $\frac{1}{2}$

ข. $-\frac{1}{2}$

ค. $\frac{3}{2}$

ง. $-\frac{3}{2}$





37. กำหนดให้ $a(x) = x - 1$, $b(x) = x + 1$, $c(x) = x^2 - 1$, $d(x) = x^2 + 1$

$(a \circ f)(x) + (b \circ g)(x) = 2$ และ $(c \circ f)(x) - (d \circ g)(x) = 4x$

จงหาค่าของ $(f \circ g)(x) - (g \circ f)(x)$

ก. $3 - 2x$

ข. 3

ค. $1 - 2x$

ง. 1

38. กำหนด \vec{u} , \vec{v} และ \vec{w} เป็นเวกเตอร์ในระนาบ และ a, b เป็นจำนวนจริงใดๆ
 แล้ว ข้อความใดต่อไปนี้เป็นจริง

ก. ถ้า $\vec{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$ และ $\vec{v} = \begin{bmatrix} -5 \\ -1 \end{bmatrix}$ แล้ว เวกเตอร์ 1 หน่วยที่มีทิศทางตรงกันข้ามกับ

$\vec{u} + \vec{v}$ คือ $\begin{bmatrix} \frac{4}{5} \\ -\frac{3}{5} \end{bmatrix}$

ข. ถ้า $\frac{1}{2}\vec{u} + 2\vec{w} = \frac{1}{2}\vec{w} - 2\vec{v}$ แล้ว $\vec{w} - \vec{u}$ ขนานกับ $\vec{w} + \vec{v}$

ค. ถ้า $\vec{u} \neq \vec{0}$ และ $a\vec{u} = b\vec{u}$ แล้ว $a = b$

ง. ถ้า $\vec{u} \neq \vec{0}$ และ $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot \vec{w}$ แล้ว $\vec{v} = \vec{w}$

39. กำหนดให้ z_1 และ z_2 เป็นจำนวนเชิงซ้อน

ถ้า $z_1 - z_2$ เป็นจำนวนจริง และ $z_1^2 - 2z_2^2$ เป็นจำนวนจินตภาพแท้

แล้ว $z_1 \bar{z}_1$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. $2(z_2 + \bar{z}_2)^2$

ข. $\frac{1}{2}(z_2 + \bar{z}_2)^2$

ค. $2z_2 \bar{z}_2$

ง. $\frac{1}{2}z_2 \bar{z}_1$





40. จงหาค่าของ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left\{ \sin \frac{\pi}{n} + \sin \frac{2\pi}{n} + \dots + \sin \frac{n\pi}{n} \right\}$

ก. $\frac{2}{\pi}$

ข. $\frac{\pi}{2}$

ค. 0

ง. ∞

ตอนที่ 2 ขนินโตเติมคำตอบ จำนวน 20 ข้อ ข้อละ 2 คะแนน

1. จงหาค่าของ $\sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \sin^2 3^\circ + \dots + \sin^2 360^\circ$

2. นิยาม $\lfloor x \rfloor$ สำหรับจำนวนจริง x ใดๆ

สัญลักษณ์ $\lfloor x \rfloor$ หมายถึงจำนวนเต็มที่ยกมากที่สุดที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ x

เช่น $\lfloor 3 \rfloor = 3, \lfloor 3.1 \rfloor = 3, \lfloor 3.89 \rfloor = 3$

ถ้า a เป็นจำนวนจริงซึ่งสอดคล้องกับสมการ

$$\left\lfloor a + \frac{33}{100} \right\rfloor + \left\lfloor a + \frac{34}{100} \right\rfloor + \left\lfloor a + \frac{35}{100} \right\rfloor + \dots + \left\lfloor a + \frac{76}{100} \right\rfloor = 400$$

จงหา จำนวนเต็ม k โดยที่ $33 \leq k \leq 76$ ที่มากที่สุดที่ทำให้ $\left\lfloor a + \frac{k}{100} \right\rfloor = \lfloor a \rfloor$

3. ให้ m เป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยที่สุดที่ทำให้จำนวนเต็ม m หารลงตัว

2, 5, 8, ... มีค่ามากกว่า 2000 และ $S = \{x/x \text{ หาร } m \text{ ลงตัว}\}$

จงหา ผลรวมของสมาชิกในเซต S





4. ถ้า L_1 เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด $(-2, 0)$ และ $(-1, 2)$ และ L_2 เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุดกำเนิด และตั้งฉากกับเส้นตรง L_1 แล้ว อยากรู้ว่าพจน์ที่รูปร่างเหมือนกันมีกี่ข้อตอบด้วยแกน X เส้นตรง L_1 และเส้นตรง L_2 กับพจน์ที่รูปร่างเหมือนกันที่มีข้อตอบด้วยแกน Y เส้นตรง L_1 และเส้นตรง L_2 เก้ากับก็ตำราจะพอ

5. กำหนดให้ $G(x) = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} x^6 + \begin{bmatrix} -7 & 0 \\ 0 & -7 \end{bmatrix} x^{13}$

จงหา $G(t)$ เมื่อ $t = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

6. ให้ a เป็นจำนวนนับที่มากกว่า 1 และ $b = a^2 - 1$

จงหา ผลคูณค่าตอบของรากของสมการ $(\sqrt{a + \sqrt{b}})^y + (\sqrt{a - \sqrt{b}})^y = 2a$

7. นิยาม ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันที่มีคาบที่ต่อเนื่องมีจำนวนจริงบวก p ซึ่ง $f(x + p) = f(x)$ ทุกๆ $x \in [0, 2\pi]$ และจำนวนจริงบวก p ที่มีค่าน้อยที่สุดซึ่งมีคุณสมบัติข้างต้นเรียกว่าคาบของ f

ถ้า $f_1(x) = 4x + \pi$, $f_2(x) = \cos x$, $f_3(x) = \frac{x}{3}$ และ $f_3 \circ (f_2 \circ f_1)$

มีคาบเท่ากับ k แล้ว k มีค่าเท่าใด



8. ใ้การสร้างเมตริกซ์ $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$ โดยที่ $a_{ij} \in \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$
 และมี a_{ij} อยู่ทางซ้ายหรือทางขวาของเส้นทแยงมุมที่มีค่าเป็นศูนย์
 ความน่าจะเป็นที่จะได้เมตริกซ์ที่ไม่เอกฐานเป็นเท่าใด

9. จงหาค่าของ $\int_0^1 \left[\frac{x+1}{(x^2+2x+6)^n} \right] dx$ เมื่อ $n = 4^{\frac{1}{4}} \cdot 4^{\frac{1}{8}} \cdot 4^{\frac{1}{24}} \cdot 4^{\frac{1}{48}} \cdot \dots$

10. ถ้า a เป็นจำนวนจริงบวก ที่ทำให้เส้นตรง $ax + 12y + 15 = 0$ สัมผัสกับวงกลม $x^2 + y^2 - 4x + 4y - 49 = 0$ แล้ว ค่าของ a เท่ากับเท่าใด

11. กำหนด $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ เมื่อ a, b, c และ d เป็นจำนวนจริง
 ถ้า $f(1) = f(2) = 0, f(-1) = 18$ และ $f(3) = 10$ แล้ว $f(-2)$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

12. ถ้า k เป็นจำนวนเต็มบวกที่ใหญ่มากที่สุดที่ทำให้เส้นตรง $y = kx + 1$ ตัดกับไฮเพอร์โบลา $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{40} = 1$ แล้ว k^2 มีค่าเท่าใด



13. จงหาค่า x ที่ทำให้สมการ

$$\log(4^{-1} \cdot 2\sqrt{x} - 1) - 1 = \log(\sqrt{2^{\sqrt{x}-2} + 2}) - 2\log 2 \text{ เป็นจริง}$$

14. ถ้า $f(x) = (|x| - |x - 2|)^2$ จงหาค่าของ $f'(x)$

15. กำหนดให้ \circledast เป็นเซตของจำนวนตรรกยะ และ $*$ เป็นโอเปอเรชันบน \circledast
นิยาม $a * b = (a - 1)(b - 1) + 1$ สำหรับจำนวนตรรกยะ a, b ใดๆ
 จงหาว่า เอกลักษณ์สำหรับ $*$ และอินเวอร์สของ 5 สำหรับ $*$ คือจำนวนใด

16. ให้ $p(x), q(x)$ และ $r(x)$ เป็นประโยคเปิดดังต่อไปนี้

$$p(x) : x \text{ เป็นจำนวนคู่}$$

$$q(x) : x \text{ หาร 6 ลงตัว}$$

$$r(x) : 2x = 8 \quad \text{เมื่อเอกภพสัมพัทธ์ คือเซตของจำนวนเต็ม}$$

จงเขียนนิเสธของประพจน์

“มีจำนวนเต็มคู่ซึ่งสอดคล้องกับสมการ $2x = 8$ หรือ หาร 6 ลงตัว”

ในรูปสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์โดยมี \rightarrow เป็นตัวเชื่อม



17. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ และ $X = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}$

ถ้า $A^2(\text{adj}A)X = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix}$ แล้ว ค่าของ r มีค่าเท่ากับเท่าใด

18. ให้ x และ y เป็นสมาชิกของเซตของจำนวนเต็มที่ไม่เป็นลบ

นิยาม $f(x, y)$ ดังต่อไปนี้

(1) $f(0, y) = y + 1$

(2) $f(x + 1, 0) = f(x, 1)$

(3) $f(x + 1, y + 1) = f(x, f(x + 1, y))$

จงหาค่าของ $f(1, 2)$

19. ให้ $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 10$ โดยที่ a, b เป็นจำนวนจริง

และ $f(1 + 2t) = 0$ จงหาส่วนจริงของ $f(t^{10})$

20. ในการสร้างเมตริกซ์ในรูปแบบ $A = \begin{bmatrix} x^2 - 1 & y \\ 0 & 2 + x \end{bmatrix}$ แบบสุ่มโดย x และ y

เป็นสมาชิกของเซต $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ความน่าจะเป็นที่จะได้เมตริกซ์เอกฐานมีค่าเท่ากับเท่าใด

วันที่ปิดสอบสอง เดือนหนึ่ง พ.ศ.สองห้าสี่เก้า

