



ข้อสอบแข่งขันโครงการสรรหานักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ รอบที่ 1 สอบวันที่ 6 กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2546 (เวลาทำ 2 ชั่วโมง)

1. $2^{2x^2+12x-5} + 3 \cdot 2^{x^2+7x+1} = 2^{2x+9}$ ค่า x อยู่ในช่วงใด

ก. $-5 \leq x \leq 20$

ข. $-2 \leq x \leq 50$

ค. $-10 \leq x \leq 0$

ง. $-7 \leq x \leq 19$

จ. $-12 \leq x \leq -5$

2. จากภาพ O_1 สัมผัส AD ที่ M_1 และ O_2 สัมผัส AD ที่ M_2

จงหา ความยาว M_1M_2 เมื่อ สามเหลี่ยมทุกรูปเป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

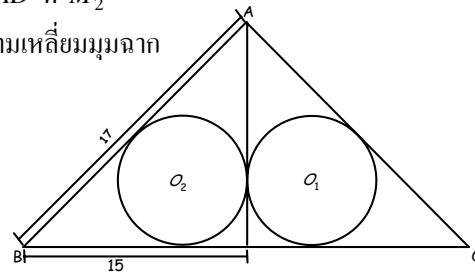
ก. $\frac{53}{15}$

ข. $\frac{7}{5}$

ค. $\frac{43}{15}$

ง. $\frac{17}{5}$

จ. ไม่มีข้อถูก



3. กำหนดให้ $n! = n(n-1)(n-2) \dots 3 \times 2 \times 1$ เมื่อให้ n เป็นจำนวนเต็มบวก

$$(1! + 2! + 3! + \dots + 2547!)^{(2! + 3! + \dots + 2547!)} \cdot (3! + 4! + \dots + 2547!)^{(2547!)} = A \times 10^n$$

เมื่อ $2 \leq A < 10$ และ n เป็นจำนวนเต็มบวก

ทศนิยมหลักสุดท้ายที่ไม่ใช่ 0 คือเลขใด

ก. 1

ข. 3

ค. 7

ง. 9

จ. ไม่มีข้อใดถูก

4. กำหนด $a \otimes b = \frac{a}{b} + b$ เมื่อ $b \neq 0$

และให้ $9 \otimes x = y$

จงหา จำนวน (x, y) ที่เป็นจำนวนเต็มทั้งหมด

ก. 1

ข. 3

ค. 4

ง. 5

จ. 6





5. จงหาผลคูณของรากที่เป็นจำนวนจริงของสมการ

$$\sqrt{x^2 + x - 2} + \sqrt{x^2 + x - 30} = \sqrt{2x^2 + 2x - 32}$$

ก. -30

ข. -2

ค. 5

ง. 60

จ. ไม่มีรากที่เป็นจำนวนจริง

6. กำหนดให้ $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ (a_n คือพจน์ที่ n ของลำดับ)

$$\text{และ } a_1 = p \text{ และ } a_2 = q$$

ถ้า a_x คือพจน์แรกในลำดับนี้มี 50 หลักแล้ว เลขโดดหลักแรกที่นับจากทางซ้ายของ a_x คือเลขใด

ก. 9

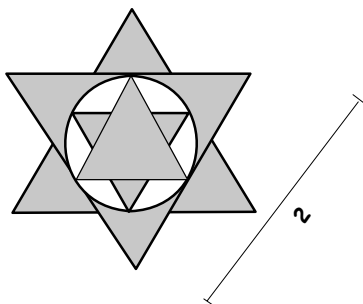
ข. 7

ค. 3

ง. 1

จ. ไม่แน่นอนขึ้นกับค่า p, q

7. จงหาพื้นที่ที่แรเงา เมื่อสามเหลี่ยมทุกรูปเป็นสามเหลี่ยมด้านเท่า



ก. $\frac{5\sqrt{3} - \pi}{3}$

ข. $\frac{7\sqrt{3} - 2\pi}{3}$

ค. $\frac{15\sqrt{3} - 4\pi}{6}$

ง. $\frac{22\sqrt{3} - 8\pi}{9}$

จ. $\frac{16\sqrt{3} - 4\pi}{9}$

8. จงหาผลบวกของตัวประกอบทั้งหมดของ 1,500

ก. น้อยกว่า 1,500

ข. อยู่ระหว่าง 1,500 - 2,000

ค. อยู่ระหว่าง 2,000 - 2,500

ง. อยู่ระหว่าง 2,500 - 3,000

จ. มากกว่า 3,000





9. ให้ A, B, C, n เป็นจำนวนจริงที่ไม่ใช่ 0 และ $A^n \times B^n = C^n$

จงพิจารณา (1) $A \times B = C$

(2) A หากร C ลงตัว

ก. (1) เท่านั้นที่ถูก

ข. (2) เท่านั้นที่ถูก

ค. (1) และ (2) ถูก

ง. (1) และ (2) ผิด

10. กำหนดแผนที่ดังรูป ทุกวันจะต้องไปตักน้ำที่แม่น้ำเพื่อรดน้ำที่สวน โดยเขาจะไปตักน้ำที่จุด x ซึ่งเป็นจุดที่เดินเป็นระยะทางน้อยสุด

อยากทราบว่า เขาจะต้องเดินที่ยาวกี่เมตร

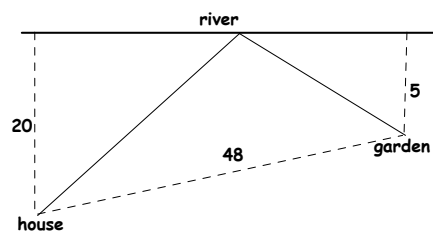
ก. $\frac{\sqrt{3679} + \sqrt{2179}}{4}$

ข. $\sqrt{631} + \sqrt{949}$

ค. $16 + \sqrt{1324}$

ง. 50

จ. 52



11. ถ้า $(x - 2546)^3 = (x - 2547)^3 + (x - 2548)^3 + (x - 2549)^2$

แล้ว 7 หกร x เหลือเศษเท่าไร

ก. 1

ข. 2

ค. 3

ง. 4

จ. 5

12. ให้ a, b, c, d เป็นจำนวนเต็มบวก โดยที่

$$\frac{47}{25} = a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d}}}$$

จงหาค่าของ $a + b + c + d$

ก. 11

ข. 12

ค. 13

ง. 14

จ. 15





13. มีเหรียญ 2 เหรียญในถุง เหรียญแรกทาสีขาวทั้งสองหน้า เหรียญที่สองทาสีขาว และดำสีละหน้า ถ้าหยิบเหรียญมา 1 เหรียญ และเห็นว่าหน้าหนึ่งเป็นสีขาว จงหาความน่าจะเป็นที่อีกหน้าจะมีสีดำ

ก. $\frac{1}{2}$

ข. $\frac{1}{3}$

ค. $\frac{1}{4}$

ง. $\frac{1}{5}$

จ. $\frac{1}{6}$

14. มีเส้น 3 ตัว กางเกง 4 ตัว และถุงเท้า 3 คู่ ต่างกัน จงหาจำนวนวิธีแต่งตัวที่ใส่ถุงเท้าไม่ตรงคู่

ก. 10

ข. 36

ค. 144

ง. 180

จ. ไม่มีข้อใดถูก

15. Superman บินสูงเป็นเส้นตรงจากเชียงใหม่มากรุงเทพฯ มีเพดานบิน 10,000 เมตร เมื่อ Superman บินผ่านบอลลูกที่อยู่หนึ่งลูกหนึ่งในระยะใกล้สุด จะเห็นบอลลูกเป็นมุมเงย 30° เวลาผ่านไป 4 วินาที Superman มองเห็นบอลลูกเป็นมุมเงย 60° ถ้า Superman บินด้วยความเร็ว $10,500\sqrt{6}$ กิโลเมตรต่อชั่วโมง บอลลูกอยู่สูงจากพื้นเท่าไร

ก. 17,500

ข. 27,500

ค. 37,500

ง. 47,500

จ. 57,500

16. นาฬิกาทรายอันหนึ่งประกอบด้วยกรวย 2 อัน ที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางปากกรวยยาวเท่ากัน ถ้าใส่น้ำจนเต็ม กรวยอันหนึ่งซึ่งสูง 3.5 เซนติเมตร แล้วพลิกกลับ พบว่าน้ำทั้งหมดไหลไปยังกรวยอีกอันหนึ่งซึ่งสูง 2 เซนติเมตร

จงหา ความสูงของนาฬิกาทรายอันนี้

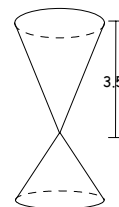
ก. 4

ข. 4.3

ค. 7.5

ง. 4.3 หรือ 7.5

จ. ไม่มีข้อใดถูก





17. ให้ $1223_{r-1} = 123_r + 456_{r+1}$

จงหา ผลคูณของค่า r ทั้งหมดที่เป็นไปได้

ก. 7

ข. 8

ค. 9

ง. 56

จ. 72

18. กำหนดให้ $A = 2^{-2} \times [2^{-2} \times \{2^{-2} \times (2^{-2})^{-2}\}^{-2}]^{-2}$

และ $B = 2^{-2} \div [2^{-2} \div \{2^{-2} \div (2^{-2})^{-2}\}^{-2}]^{-2}$

จงหา ค่าของ $A + B$

ก. 2^{10}

ข. 2^{11}

ค. 2^{12}

ง. 2^{20}

จ. 2^{21}

19. ขั้นตอนการทำโจทย์ ของนักเรียนคนหนึ่งเป็นดังนี้

จงหา ค่า x ที่เป็นจำนวนจริงที่ทำให้

$$2^{2^{(x+1)}} + 4^{(2^x+1)} + 2^{2^{(2x+1)}} + 4^{(2^{2x}+1)} = 30$$

วิธีทำ

$$2^{2^{(x+1)}} + 4^{(2^x+1)} + 2^{2^{(2x+1)}} + 4^{(2^{2x}+1)} = 30$$

$$2^{(2 \cdot 2^x)} + 4 \cdot 4^{2^x} + 2^{(2 \cdot 2^{2x})} + 4 \cdot 4^{2^{2x}} = 30 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$(2^2)^{2^x} + 4 \cdot 4^{2^x} + (2^2)^{2^{2x}} + 4 \cdot 4^{2^{2x}} = 30 \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$4^{2^x} + 4 \cdot 4^{2^x} + 4^{2^{2x}} + 4 \cdot 4^{2^{2x}} = 30$$

$$5 \cdot 4^{2^x} + 5 \cdot 4^{2^{2x}} - 30 = 0 \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$4^{2^x} + 4^{2^{2x}} - 6 = 0$$

$$(4^{2^x} - 2)(4^{2^x} + 3) = 0 \quad \dots\dots\dots(4)$$

แต่ $4^{2^x} + 3 > 0$ จะได้ว่า $4^{2^x} - 2 = 0$

$$4^{2^x} = 2 \quad \text{นั่นคือ} \quad 2^x = \frac{1}{2} \quad \text{ดังนั้น} \quad x = -1$$

อยากทราบว่า ขั้นตอนใดผิด

ก. ขั้นตอนที่ (1)

ข. ขั้นตอนที่ (2)

ค. ขั้นตอนที่ (3)

ง. ขั้นตอนที่ (4)

จ. ไม่มีขั้นตอนใดผิด





20. ถ้า $x - y = a$ และ $x + y - 2xy = b$

แล้ว $\frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2 + 2xy(1 - x - y)}$ มีค่าเท่าใด

ก. $\frac{a^2}{a^2 + b^2}$

ข. $\frac{a}{b^2}$

ค. $\frac{b}{a^2}$

ง. $\frac{a}{b}$

จ. $\frac{b}{a}$

21. รูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีจุดมุมจุดหนึ่งคือ $(\frac{1}{2}, 0)$ และอีก 2 จุดที่เหลือเกิดจากจุดตัดของกราฟสมการ

$y = 3x^2 + 4x + 1$ และ $y = 3 + 2x - x^2$

พื้นที่ของสามเหลี่ยมนี้เท่ากับเท่าใด

ก. $\frac{45}{16}$

ข. $\frac{46}{15}$

ค. $\frac{32}{15}$

ง. $\frac{56}{16}$

จ. $\frac{65}{16}$

22. เขียนตัวเลขตั้งแต่ 1 ถึง 100 ลงในฉลาก 100 ใบ ใบละ 1 จำนวนม้วนลงในกล่องแล้วหยิบขึ้นมา 1 ม้วน จงหา ความน่าจะเป็นที่หยิบได้ฉลากที่มีเลข 5 เป็นตัวประกอบเฉพาะบวกที่น้อยที่สุด

ก. $\frac{4}{100}$

ข. $\frac{5}{100}$

ค. $\frac{6}{100}$

ง. $\frac{7}{100}$

จ. $\frac{8}{100}$

23. ให้ Δ เป็นการกระทำซึ่งถูกกำหนดโดย

$\Delta(\Delta(a)) = \Delta(a + 2) - 3$ สำหรับค่า a ที่เป็นจำนวนเต็มบวกใดๆ

ให้ $\Delta(1) = 4$ และ $\Delta(4) = 3$ จงหาค่าของ $\Delta(5)$

ก. 9

ข. 12

ค. 17

ง. 33

จ. ข้อมูลไม่เพียงพอ





24. ให้ $xy + xz + xw + zy + yw + zw = 6$, x, y, z, w เป็นจำนวนจริง

จงหาค่าต่ำสุดของ $(x + y + z + w)^2$

(แนะ $a^2 + b^2 \geq 2ab$ ทุกจำนวนจริงบวก a, b)

ก. 12

ข. 14

ค. 16

ง. 18

จ. 20

25. ปิง, เทม, ยอด และกัน เป็นเพื่อนกัน มีคนหนึ่งแอบกินขนมในห้องเรียน อาจารย์จึงสอบถามหาความจริง
ทุกคนตอบปฏิเสธดังนี้

ปิง : ยอดแอบกิน

เทม : ผมไม่ได้แอบกิน

ยอด : เทมพูดโกหก

กัน : ยอดพูดโกหก

ใน 4 คนนี้มีอยู่คนหนึ่งที่พูดจริง ถามว่า ใครแอบกินขนม

ก. ปิง

ข. เทม

ค. ยอด

ง. กัน

จ. ไม่มีข้อถูก

26. จงหาผลบวกของตัวเลขในแต่ละหลักของ $(2^{2546} \times 5^{2547}) - 1$

ก. 22,905

ข. 22,909

ค. 22,914

ง. 22,918

จ. ไม่มีข้อถูก

27. ให้ r_1, r_2, r_3 เป็นคำตอบที่เป็นจำนวนจริงของ

$$6x^3 - 17x^2 - 93x + 140 = 0 \text{ โดยที่ } r_1 \geq r_2 \geq r_3$$

จงหาค่าของ $r_1 + r_2$

ก. $-\frac{13}{6}$

ข. $-\frac{14}{6}$

ค. $\frac{3}{2}$

ง. $\frac{19}{3}$

จ. $\frac{29}{6}$

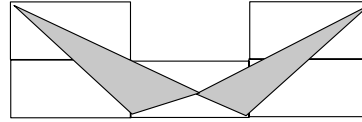




28. พื้นที่ที่แรเงาคิดเป็นเศษส่วนเท่าใดของพื้นที่ทั้งหมด ให้สี่เหลี่ยมทุกช่องมีขนาดเท่ากัน

- ก. $\frac{2}{3}$
 ข. $\frac{3}{7}$
 ค. $\frac{3}{10}$

- ข. $\frac{1}{5}$
 ง. $\frac{1}{3}$

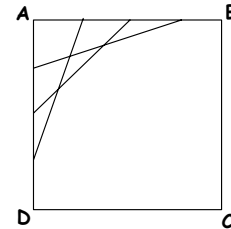


29. $ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ต่อกตะปู 3 ตัว ที่ขอบ AB และ AD ให้ตะปูแต่ละตัวมีระยะห่างเท่ากัน โยงเชือกจากตะปูตัวที่ห่างจาก A มากสุดบนด้าน AB มายังตะปูตัวที่ใกล้จุด A มากที่สุดบนด้าน AD ในทำนองเดียวกันกับตะปูตัวอื่นๆ ที่ยังไม่ได้โยง ดังรูป

จะเห็นได้ว่าตะปู 3 ตัว จะมีจุดตัดระหว่างเชือก 3 จุด ถ้ามีตะปูบนด้าน AB และ AD ด้านละ 10 ตัวแล้ว จะมีจุดตัดทั้งหมดกี่จุด

- ก. 55
 ข. 36
 ค. 21

- ข. 45
 ง. 28



30. Smith จะกลับบ้านด้วยรถไฟเป็นประจำ โดยจะถึงสถานี 334 เวลา 5 โมงเย็น ซึ่งในเวลานี้คนขับรถของเขา จะมารับพอดี อยู่วันหนึ่ง Smith ขึ้นรถไฟมาถึงสถานี 334 ตั้งแต่เวลา 4 โมง แทนที่เขาจะโทรเรียก หรือรอคนขับรถมารับ เขาตัดสินใจเดินกลับบ้านแทน ระหว่างทางเขาพบกับคนขับรถ และนั่งรถกลับบ้าน ซึ่งถึงบ้านเร็วกว่าปกติ 20 นาที หลายสัปดาห์ต่อมา Smith ขึ้นรถไฟมาถึงสถานี 334 เวลา 4 โมงครึ่ง แทนที่เขาจะโทรเรียก หรือรอคนขับรถมารับ เขาตัดสินใจเดินกลับบ้านแทน ระหว่างทางเขาพบกับคนขับรถ และนั่งรถกลับบ้าน เขาจะถึงบ้านเร็วกว่าปกติกี่นาที (สมมติว่ารถ และคนเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่)

- ก. 5
 ง. มีคำตอบมากกว่า 1 คำตอบ

- ข. 10
 ค. ไม่มีข้อใดถูก

ค. 15

31. ยอดสอบคณิตศาสตร์ 20 ครั้ง ในแต่ละครั้งถ้าสอบผ่านจะได้เงิน 90 บาท ถ้าสอบตกจะถูกปรับ 50 บาท ถ้าตอนปลายเทอมได้เงินรวม 1,520 บาท และสอบผ่าน a ครั้ง สอบตก b ครั้ง

จงหาค่าของ $a^2 + b^2$

- ก. 250
 ง. 328

- ข. 282
 ค. 362

ค. 298





32. ข้อมูลชุดหนึ่ง มีผลรวมเท่ากับ 5,550 หากค่าเฉลี่ยเลขคณิตได้ค่าหนึ่ง แต่ปรากฏภายหลังว่า นับจำนวนสมาชิกเกินไป 1 ตัว ทำให้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเพิ่มจากเดิมอีก 1

ข้อมูลชุดนี้มีจำนวนสมาชิกเท่ากับเท่าใด

ก. 72

ข. 74

ค. 75

ง. 76

จ. ข้อมูลไม่เพียงพอ

33. แบ่งคน 8,999 คน เป็น 7 กลุ่มดังนี้

กลุ่ม	๑	๒	๓	๔	๕	๖	๗
		1	2	3	4	5	6
	12	11	10	9	8	7	
		13	14	15	16	17	...

คนที่ 2004 อยู่กลุ่มใด

ก. ๑

ข. ๒

ค. ๕

ง. ๖

จ. ๗

34. ถังใบหนึ่งมีท่อน้ำเข้า 2 ท่อ คือท่อ A และ B ถ้าเปิดทั้งสองท่อพร้อมกันน้ำจะเต็มถึงในเวลา $\frac{1}{5}$ ชั่วโมง ถ้าเปิดท่อ A 16 นาที แล้วเปิดท่อ B 6 นาที พบว่า น้ำเต็มถึงเช่นกัน
ถามว่า ถ้าเปิดท่อ B เพียงท่อเดียว น้ำจะเต็มถึงในกี่นาที

ก. 10

ข. 15

ค. 24

ง. 30

จ. 32

35. แบคทีเรียขยายพันธุ์ 2 เท่า ทุก 20 นาที ถ้าเลี้ยงเป็นเวลา 1 วัน แบคทีเรียจะเต็มหลอดพอดี
ถ้าต้องการเลี้ยงให้ได้ $\frac{1}{8}$ ของหลอด ต้องใช้เวลากี่ชั่วโมง

ก. 3

ข. 6

ค. 12

ง. 18

จ. 23





36. มะม่วงราคาผลละ 8 บาท มะพร้าวราคาผลละ 6 บาท แดงโมราคาผลละ 9 บาท ต้องการจ่ายเงินซื้อผลไม้ทุกชนิดในราคาเท่ากัน และจ่ายเงินน้อยที่สุด ถามว่า จะซื้อผลไม้ได้ทั้งหมดกี่ผล

ก. 29

ข. 48

ค. 58

ง. 72

จ. 87

37. ยอด และเชื่อมมีหุ่นยนต์เป็นอัตราส่วน 3 : 7 ต่อมาเชื่อมให้ยอด 24 ตัว ทำให้ทั้งสองคนมีหุ่นยนต์เท่ากัน ถามว่า เดิมเชื่อมมีหุ่นยนต์กี่ตัว

ก. 36

ข. 42

ค. 60

ง. 72

จ. 84

38. ซื้อข้าวสารมา 25 เกวียน ราคา 500,000 บาท แบ่งขายทะนานละ 70 บาท แต่มีบางส่วนขึ้นราไม่สามารถขายได้ เมื่อขายส่วนที่ยังไม่ขึ้นราจนหมด พบว่า มีกำไร 26 %

อยากทราบว่า ข้าวส่วนที่ขึ้นราอยู่ที่เปอร์เซ็นต์

ก. 28

ข. 64

ค. 82

ง. 85.6

จ. 91

39. เรือบรรทุกลำหนึ่งบรรทุกทุเรียน 6 ตัน และแกวี่ 12 ตัน มาขายที่ตลาด ถ้าขายทุเรียนได้ 3 ตัน จากกลับเรือจะเบา ทำให้มีความเร็วเพิ่มขึ้น 3 เมตรต่อวินาที และถ้าขายแกวี่ได้ 6 ตัน จะทำให้เรือเบาแล่นได้เร็วขึ้น 4 เมตรต่อวินาที

สมมติ ปกติเรือมีสินค้าเต็มจะแล่นด้วยความเร็ว 14 เมตรต่อวินาทีในน้ำนิ่ง ถ้าเรือขายสินค้าหมด แล้วแล่นทวนน้ำในแม่น้ำที่มีกระแสน้ำความเร็ว 7 เมตรต่อวินาที ไปยังที่พัก แล้วแล่นตามน้ำกลับมาที่โรงงานเพื่อรับสินค้าใช้เวลา 38 นาที โดยระยะทางจากที่พักไปโรงงานเท่ากับ $\frac{4}{5}$ เท่าของระยะทางจากตลาดไปที่พัก และเครื่องยนต์เรือชำรุดทำให้เรือแล่นช้าลง 14 เมตรต่อวินาที ถามว่า เรือจะแล่นได้ทางกี่กิโลเมตร

ก. 22.20

ข. 22.30

ค. 22.44

ง. 22.58

จ. 22.68





40. โรงพิมพ์แห่งหนึ่งมีโปรโมชันช่วงวาเลนไทน์ คือจะลดราคาพิเศษตลอดเดือนกุมภาพันธ์ โดย
ถ้าพิมพ์มากกว่า 500 เล่ม แต่ไม่ถึง 999 เล่ม จะลด 5 %

ถ้าพิมพ์มากกว่า 1000 เล่มจะลดให้ 10 %

เมื่อวานนี้ นายกนกนำหนังสือไปพิมพ์ โดยค่าพิมพ์ส่วนหนึ่งจะแปรผันตามจำนวนหนังสือที่พิมพ์ และอีก
ส่วนหนึ่งเป็นค่าต้นฉบับ ถ้าพิมพ์หนังสือ 300 เล่ม จะเสียเงิน 5000 บาท ถ้าพิมพ์หนังสือ 700 เล่ม จะเสียเงิน 8550 บาท
ถามว่า ถ้าพิมพ์หนังสือ 1500 เล่ม จะเสียเงินเท่าไร

ก. 17,000

ข. 16,150

ค. 15,650

ง. 15,300

จ. 14,085

