



ข้อสอบวันที่สอง

1. จงแสดงว่าผลคูณของจำนวนนับ 3 จำนวนที่เรียงติดกันไม่可能是กำลังสองสมบูรณ์

2. ให้ P เป็นจุดภายในของวงกลม ลากเส้นจากจุด P สัมผัสวงกลมที่จุด A และจุด C
ให้ B เป็นจุดบนส่วนของเส้นตรง AC ลากส่วนของเส้นตรง PB ตัดวงกลมที่จุด Q
ลากเส้นแบ่งครึ่งมุม AQC ตัดส่วนของเส้นตรง AC ที่จุด R

จงแสดงว่า $\frac{AB}{BC} = \left(\frac{AR}{RC}\right)^2$

3. ให้ $P(x)$, $Q(x)$ และ $R(x)$ เป็นพหุนามที่

$$2xP(x^3) + Q(-x - x^2) = (1 + x + x^2)R(x)$$

จงแสดงว่า $x - 1$ เป็นตัวประกอบของ $P(x) - Q(x)$





4. ในวันเปิดเทอมใหม่ชั้น ม.1/1 มีนักเรียน 28 คน ครูจัดนักเรียนเป็น 4 กลุ่ม กลุ่มละ 7 คน โดยกำหนดเลขที่ 1-7 ให้นักเรียนในแต่ละกลุ่ม จงแสดงว่า ไม่ว่าครูจะจัดกลุ่ม และกำหนดเลขที่นักเรียนอย่างไรก็ตาม จะนักเรียนจากสองกลุ่ม กลุ่มละสองคนที่มีเลขที่ตรงกัน ซึ่งทั้งสองคนเป็นเพศเดียวกัน

(ตัวอย่างนักเรียนจากสองกลุ่ม กลุ่มละสองคนที่มีเลขที่ตรงกัน เช่น นักเรียนเลขที่ 2 และ 5 จากกลุ่ม 1 และกลุ่ม 4)

5. จงแสดงว่า มีจำนวนนับ m และ n ที่ $(m, n) = 1$ และ $2549 \mid ((25 \cdot 49)^m + 25^n - 2 \cdot 49^n)$

6. ให้ a, b, c เป็นจำนวนจริงบวก

$$\text{จงแสดงว่า } 1 + \frac{3}{ab + bc + ca} \geq \frac{6}{a + b + c}$$

วันที่หนึ่ง เดือนสาม พอสองหน้าห้าสี่

