



การสอบ สอบน. รอบพิเศษ ปีการศึกษา 2551

ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์

สอบวันอาทิตย์ที่ 25 มกราคม 2552 เวลา 9.00-12.00 น.

คำชี้แจง

ข้อสอบมี 20 ข้อ ข้อละ 5 คะแนน ให้เติมเฉพาะคำตอบลงในกระดาษคำตอบ

1. $\sum_{k=1}^{2552} k! - \sum_{k=1}^{1275} \frac{(2k+1)!}{2k}$ มีค่าเท่าใด

2. จงหาลำหวนจริง x ทั้งหมดที่สอดคล้องกับสมการ $\sqrt[3]{x+7} = 2 + \sqrt[3]{x-7}$

3. ถ้า x เป็นจำนวนจริงที่สอดคล้องกับสมการ $4\sin x + 4\cos x + 5\sin x \cdot \cos x = 8$

แล้ว $\sin x$ มีค่าเท่ากับเท่าใด





4. กำหนด $f(x) = \frac{2009x + 2552}{2552x + 2009}$

จงหาจำนวนจริง x ทั้งหมดที่สอดคล้องสมการ $\underbrace{f(f(\dots f(x)))}_{2009} = x$ (มี f อยู่ 2009 ตัว)

5. จงหาจำนวนจริง a ทั้งหมดที่ทำให้ระบบสมการ

$$|x + 2y| = 2009$$

$$(x - a)^2 + (y - 2a)^2 = 1$$

มีผลเฉลยในระบบจำนวนจริงเพียงชุดเดียวเท่านั้น

6. จำนวนเต็มบวกสามหลัก ซึ่งแต่ละหลักเป็นเลขโดดตั้งแต่ 1 ถึง 9 โดยที่เลขโดดในหลักหน่วยมีค่าน้อยกว่าเลขโดดในหลักสิบ และเลขโดดในหลักสิบมีค่าน้อยกว่าเลขโดดในหลักร้อย มีทั้งหมดกี่จำนวน



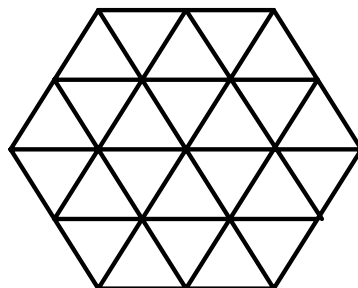


7. มีนักเรียนชาย 5 คน และนักเรียนหญิง 3 คน ในจำนวนนี้มีนักเรียนหญิงคนหนึ่งชื่อสมหญิง และนักเรียนชายสองคนชื่อสมชาย และสมปองรวมอยู่ด้วย จะจัดนักเรียนทั้ง 8 คนนี้ นั่งรอบโต๊ะกลมได้ทั้งหมดกี่วิธี โดยที่ไม่ให้นักเรียนหญิงนั่งติดกันเลย และสมหญิงต้องไม่นั่งติดกับสมชาย หรือสมปอง

8. ถ้า $\binom{10}{1} + 2\binom{10}{2} + 3\binom{10}{3} + \dots + 10\binom{10}{10} = 2^{10} \cdot A$

แล้ว เลขโดดในหลักหน่วยของ A เป็นเลขใด

9. รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานในรูปข้างล่าง มีจำนวนทั้งหมดเท่าใด





10. ในกล่องปริศนากล่องหนึ่งมีลูกบอลขนาดเท่ากันสองลูก คือสีเงิน และสีทอง แต่ละคนในหมู่บ้านจะสุ่มจับลูกบอลในกล่องแต่ละ ๑๑ ครั้ง ถ้าหมู่บ้านนี้สุ่มทั้งหมด 100 คนแล้ว เหตุการณ์ที่จำนวนคนที่จับได้ลูกบอลสีเงินมากกว่าสีทอง เท่ากับจำนวนคนที่จับได้ลูกบอลสีทองมากกว่าสีเงิน มีความน่าจะเป็นเท่ากับเท่าใด

11. รูปสามเหลี่ยม ABC มีพื้นที่ 1 ตารางหน่วย และมีด้าน BC ยาว 1 หน่วย

ถ้า O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมล้อมรอบรูปสามเหลี่ยม ABC

แล้ว ระยะทางที่สั้นที่สุดจากจุด O ไปยังด้าน BC มีความยาวเท่าใด





12. รูปสี่เหลี่ยมคางหมู $ABCD$ มีด้าน AB ขนานกับด้าน CD และ $AB = 11$, $BC = 5$, $CD = 19$, $DA = 7$ ลากเส้นแบ่งครึ่งมุมภายนอกของมุม $\angle DAB$ และ $\angle ADC$ ตัดกันที่จุด P และลากเส้นแบ่งครึ่งมุมภายนอกของมุม $\angle ABC$ และ $\angle BCD$ ตัดกันที่จุด Q
รูปหกเหลี่ยม $ABQCDP$ มีพื้นที่เท่าใด

13. ให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มี $\angle ABC = 90^\circ$ และ $\angle ACB = 60^\circ$
ถ้า P เป็นจุดภายในรูปสามเหลี่ยม ABC ที่ทำให้ $PA = \sqrt{5}$, $PC = \sqrt{3}$, $PB = 1$
แล้ว ด้าน AC มีความยาวเท่าใด





14. รูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า ABC มี $\angle ABC = 60^\circ$ และ $BC > AB$

ให้ P เป็นจุดบนด้าน BC ที่ทำให้ $BP = BA$ เส้นสัมผัสของวงกลมที่ล้อมรอบรูปสามเหลี่ยม ABC ที่จุด C กับเส้นตรงที่ขนานกับด้าน AB และผ่านจุด P ตัดกันที่จุด D

ถ้า $AB = 10$ และ $AC = 12$ แล้ว ส่วนของเส้นตรง PD มีความยาวเท่าใด

15. ให้ H และ O เป็นจุดออร์โทเซนเตอร์ (จุดตัดของเส้นสูงทั้งสาม) และจุดศูนย์กลางของวงกลม

ล้อมรอบของรูปสามเหลี่ยม ABC ตามลำดับ

ถ้า $BC = 2$, $AB = \sqrt{5}$ และ $\angle BAC = 60^\circ$ แล้ว ส่วนของเส้นตรง OH มีความยาวเท่าใด





16. จักรวณเต็มบวก m ที่มีค่ามากที่สุด ซึ่ง 2^m หาร $2009^{2048} - 2007^{2048}$ ลงตัว มีค่าเท่าใด

17. ถ้าผลคูณของ ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ของจำนวนเต็มสามจำนวนมีค่าเท่ากับ 900 แล้ว ผลบวกของจำนวนเต็มทั้งสามจำนวนนั้นจะมีค่ามากที่สุดที่เป็นไปได้เท่ากับเท่าใด

18. จงหาจำนวนเต็มบวก n ทั้งหมดที่ทำให้ $n^2 + 2009$ เป็นกำลังสองสมบูรณ์





19. จงหาจำนวนเต็ม n ทั้งหมด ที่ทำให้ $\frac{16n^4 + 216n + 1}{4n^2 + 12n + 9}$ มีค่าเป็นจำนวนเต็ม

20. ให้การหา ห.ร.ม. ของจำนวนเต็ม a และ b ด้วยขั้นตอนของยูคลิด จะทำขั้นตอนการหาร

ในลักษณะดังต่อไปนี้

$$a = bq_1 + r_1$$

$$b = r_1q_2 + r_2$$

$$r_1 = r_2q_3 + r_3$$

⋮

$$r_{n-3} = r_{n-2}q_{n-1} + r_{n-1}$$

$$r_{n-2} = r_{n-1}q_n$$

ถ้า $100 \geq a \geq b \geq 1$ แล้ว n จะมีค่ามากที่สุดที่เป็นไปได้เท่ากับเท่าใด

วันที่สี่สิบห้า เดือนหนึ่ง พอสองหน้าหน้าสอง

