



แบบทดสอบวิชาคณิตศาสตร์ 2547

โครงการส่งเสริมโอลิมปิกวิชาการ และพัฒนามาตรฐานวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ศึกษา (สอวน)

1. ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง (ถ้ามีข้อที่ถูกต้องมากกว่า 1 ข้อ ต้องตอบทุกข้อ)

ก. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$

ข. $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

ค. มีจำนวนเต็มบวก x, y, z ที่ทำให้ $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 2$

ง. มีจำนวนจริงบวก x ที่ทำให้ $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$

2. ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง (ถ้ามีข้อถูกต้องมากกว่า 1 ข้อ ต้องตอบทุกข้อ)

ก. มีจำนวนเต็มบวก a ที่ทำให้ $\frac{2004}{2547} = \frac{2004 + a}{2547 + a}$

ข. มีจำนวนเต็มบวก a, b ที่ทำให้ $\frac{a}{b} - \frac{b}{a} > 1,000,000$

ค. ทุกๆ จำนวนเต็มบวก n , $2^n \geq n^2$

ง. จำนวนเต็มบวก n ที่มากที่สุดที่ทำให้ $n - 3$ เป็นตัวประกอบของ $n^3 - 3$ คือ $n = 27$

3. ให้ \square แทนเลขโดด 0, 1, 2, ..., 9

ถ้า $\square 3 \times 6528 = 3 \square \times 8256$ แล้ว \square แทนจำนวนใด

4. ให้ N แทนจำนวนเต็มบวก

กำหนด $d(N) =$ ผลบวกของเลขโดดที่เขียนแทน N เช่น $d(1071) = 1 + 0 + 7 + 1 = 9$

ให้ $U = \{1, 2, 3, \dots, 1000\}$ และ $X = \{x \in U \mid d(x) = 6\}$

จำนวนสมาชิกในเซต X เท่ากับเท่าไร



5. ให้ $U = \{1, 2, 3, \dots, 1000\}$
 $X = \{x \in U / 4 \text{ เป็นตัวประกอบของ } x\}$
และ $Y = \{y \in U / 6 \text{ เป็นตัวประกอบของ } y\}$
เซต $(X - Y) \cup (Y - X)$ มีสมาชิกกี่ตัว
6. หลักหน่วยของจำนวน $3^{2004} + 4^{2004} + 5^{2004} + 6^{2004}$ มีค่าเท่ากับเท่าไร
7. ให้ $N = 1234567891011121314 \dots 99100$ แล้ว N เป็นจำนวนเต็มที่ประกอบไปด้วยเลขที่หลัก
8. ให้ $f(x) = (x - 1)^2 + (x - 3)^2 + (x - 4)^2 + (x - 8)^2$
ถ้า $\{f(x) = / x \in [0, 10]\} = [a, b]$ แล้ว ค่าของ $b - a$ เท่ากับเท่าไร
9. ให้ $g(x) = |x - 1| + |x - 2| + |x - 4| + |x + 8|$
ถ้า $\{g(x) = / x \in [0, 10]\} = [p, q]$ แล้ว ค่าของ $p + q$ เท่ากับเท่าไร
10. ให้ $p(x) = x^7 + a_1x^6 + a_2x^5 + a_4x^3 + a_5x^2 + a_6x + a_7$ โดยที่ $a_i \in \{-1, 0, 1\}$
ถ้า $p(x) = (x - 1)^3 \cdot q(x)$ แล้ว $q(1)$ มีค่าเป็นเท่าไร



11. จงหาเซตคำตอบของสมการ $\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}} = x$

12. จงหาเศษที่เกิดจากการหาร $6^{2004} + 8^{2004}$ ด้วย 7^2

13. ให้ a_{17} และ a_{18} คือสัมประสิทธิ์ของ x^{17} และ x^{18} ของการกระจาย $(1 + x^5 + x^7)^{20}$ ตามลำดับ
ค่าของ $a_{17} + a_{18}$ เท่ากับเท่าไร

14. จงหาสมการของเส้นตรงที่ผ่านจุด $P(0, 1)$ ไปสัมผัสวงกลมที่มีสมการเป็น
 $x^2 + y^2 - 16x - 2y + 49 = 0$

15. ให้ P แทนพาราโบลาที่มีจุดยอดที่ $V(0, 0)$ และมีจุดโฟกัสที่จุด $F(3, -4)$

ถ้าสมการของเส้นไดเรกทริกซ์ของ P เขียนอยู่ในรูป $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

แล้ว ค่าของ $|a - b|$ เท่ากับเท่าไร

16. กำหนดให้ $[x]$ แทนจำนวนเต็มที่ยกที่สุดและน้อยกว่า หรือเท่ากับ x และกำหนดให้ $\pi = 3.14$

ในงานแสดงเพชร ต้องการสร้างกรอบแก้วรูปครึ่งทรงกลมครอบเพชรที่จะแสดง โดยที่กรอบแก้วดังกล่าวบรรจุอยู่ในกรอบสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ 16 เซนติเมตร และกรอบแก้วด้านในล้อมรอบพื้นที่ว่างเพชร ซึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเช่นกันยาวด้านละ 10 เซนติเมตร

ถ้า S แทนพื้นที่ผิวทั้งหมดของกรอบแก้วครึ่งทรงกลมที่มีหน่วยเป็นตารางเซนติเมตร

แล้ว $[S]$ มีค่าเท่ากับเท่าไร



17. สามเหลี่ยม ABC มีด้าน AB และ AC ยาวเท่ากับ 5 และ 8 นิ้ว ตามลำดับ AD เป็นเส้นตั้งฉากที่ลากจากจุด A มายังฐาน BC

ถ้า AD ยาวเท่ากับ 4 นิ้ว แล้ว รัศมีวงกลมที่ล้อมรอบสามเหลี่ยม ABC ยาวกี่นิ้ว

18. จำนวนที่อยู่ในรูปผลคูณ $5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times \dots \times 99 \times 100$ เมื่อหาผลคูณแล้วจะได้ว่ามีเลข 0 ลงท้ายเรียงต่อเนื่องกันทั้งหมดกี่จำนวน

19. กำหนดให้ a, b, c เป็นจำนวนจริงที่ไม่เท่ากับ 0 และ $a + b + c \neq 0$ แล้ว คำตอบ x ที่สอดคล้องกับสมการ $\frac{x-a}{bc} + \frac{x-b}{ac} + \frac{x-c}{ab} = 2\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$ คืออะไร

20. ให้ n เป็นจำนวนนับที่เล็กที่สุดที่ทำให้ 2^n และ 5^n เป็นจำนวน 2 จำนวน ซึ่งตัวเลขที่มีค่าประจำหลักที่มากที่สุดของ 2^n และ 5^n เป็นตัวเลขตัวเดียวกันแล้ว เศษจากการหาร 5^n ด้วย 2^n มีค่าเท่ากับเท่าไร

21. กำหนดให้ เวลาในการเดินทางโดยเครื่องบินเป็นชั่วโมง แปรผันตรงกับระยะทางเป็นกิโลเมตร และแปรผกผันกับความเร็วเป็นกิโลเมตรต่อชั่วโมง ความเร็วในการเดินทางแปรผันโดยตรงกับรากที่สองของปริมาณน้ำมันเป็นลิตรต่อกิโลเมตร และแปรผกผันกับจำนวนผู้โดยสารในแต่ละเที่ยวบิน

ในการเดินทาง 800 กิโลเมตร ในเวลา 2 ชั่วโมง มีผู้โดยสาร 120 คน ใช้น้ำมันในการเดินทาง 1200 ลิตร

ถ้าต้องการเดินทาง 1200 กิโลเมตร ในเวลา 2 ชั่วโมง 30 นาที โดยมีผู้โดยสาร 150 คน

จะต้องใช้น้ำมันในการเดินทางกี่ลิตร



22. กำหนดให้สมการ $\frac{n^3 - 3n - 2 + (n^2 - 1)(\sqrt{n^2 - 4})}{n^3 - 3n + 2 + (n^2 - 1)(\sqrt{n^2 - 4})} = \frac{2}{\sqrt{5}}$

แล้ว จำนวนจริง n ที่สอดคล้องกับสมการ คือ n เท่ากับเท่าไร

23. กำหนดให้ α และ β เป็นรากที่เป็นจำนวนลบของสมการ

$$6x^4 - 25x^3 + 12x^2 + 25x + 6 = 0$$

แล้ว $\alpha + \beta - \alpha\beta$ มีค่าเท่ากับเท่าไร

24. กำหนดให้ $ABCD$ เป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัส E เป็นจุดกึ่งกลางของ AC สร้างวงกลมผ่านจุด B, C, E จุด F เป็นจุดบนเส้นรอบวง ซึ่งอยู่ก้นละครด้ากับจุด E ต่อด EF ตัด BC ที่จุด G ถ้ามุม BCF กาง 25 องศา แล้ว มุม BGE กางเท่ากับกี่องศา

25. เด็กนักเรียนคนหนึ่ง ยืนห่างจากเสาธง 300 เมตร มองเห็นยอดเสาธงด้วยมุมเงย α องศา เขาเดินเป็นแนวเส้นตรงเข้าหาเสาธง 100 เมตร แล้วมองดูยอดเสาธงด้วยมุมเงย β องศา หลังจากนั้น เขาเดินตามแนวเส้นตรงเดิมอีก 100 เมตร พบว่า มุมเงยที่เขาองดูยอดเสาธงเท่ากับ $\alpha + \beta$ องศาพอดี ถ้าเด็กนักเรียนคนนั้นสูง 1.5 เมตร แล้ว ความสูงของเสาธงเท่ากับกี่เมตร

26. กำหนดให้ $A = \{x / ||x - 1| - 2| \leq 3\}$

$$\text{และ } B = \{x / x \in R \text{ และ } \sqrt{x + 3 - 4\sqrt{x - 1}} + \sqrt{x + 8 - 6\sqrt{x - 1}} = 1\}$$

ถ้า $A \cap B = [a, b]$ แล้ว $a + b$ มีค่าเท่ากับเท่าไร



27. กำหนดให้ $a = 251$ และ $b = 802$

$$\text{ถ้า } \frac{a}{b} = \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \frac{1}{a_3 + \frac{1}{a_4}}}} \text{ และ } d \text{ คือ ห.ร.ม. ของ } a, b$$

แล้ว $|d - a_4|$ มีค่าเท่ากับเท่าไร

28. สามเหลี่ยม ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก มีมุม A เป็นมุมฉาก ด้านประกอบมุมฉาก AB และ AC ยาวเท่ากับ 3 นิ้ว และ 4 นิ้ว ตามลำดับ

สร้างสี่เหลี่ยมจัตุรัส $BCED$ บนด้าน BC สร้างสี่เหลี่ยมจัตุรัส $ACFG$ บนด้าน AC

และ สร้างสี่เหลี่ยมจัตุรัส $BAHI$ บนด้าน BA ตามลำดับ

ลากเส้น EF, GH และ ID แล้ว พื้นที่รูปหกเหลี่ยม $DEFGHI$ มีพื้นที่เท่ากับกี่ตารางนิ้ว

29. นักวิจัยข้อมูลประชากรสอบถามข้อมูลจากครุคณิตศาสตร์คนหนึ่งเกี่ยวกับอายุของคนในครอบครัว ว่าคนในครอบครัวมีอายุเท่าใดบ้าง

ครูตอบว่า ในครอบครัวมี คุณพ่อ คุณแม่ และลูก 2 คน เป็นชาย 1 คน หญิง 1 คน และมีคุณปู่ที่มีอายุยังไม่ถึง 100 ปี คุณพ่อ คุณแม่ และลูกทั้งสองคน มีอายุเป็นจำนวนเต็มกำลังสอง อายุคุณพ่อเท่ากับผลรวมของอายุคุณแม่ และลูกทั้งสองคน อายุคุณปู่เท่ากับอายุคุณพ่อ อายุคุณแม่ และอายุลูกสาวรวมกันพอดี โดยที่อายุคุณปู่เป็นจำนวนเฉพาะ อายุคุณปู่เท่ากับกี่ปี

30. ให้ A และ B แทนเซตคำตอบของสมการ

$$x^3 + 6x^2 + 11x + a = 0 \text{ และ } x^3 + 7x^2 + 14x + b = 0 \text{ ตามลำดับ}$$

ถ้า $A \cap B$ มีสมาชิก 2 ตัว แล้ว ab มีค่าเท่ากับเท่าไร

๑ มกราคม ๒๕๕๘

